

Bahan Ajar

Matematika SD/MI

Berbasis Pendekatan Kontekstual

Untuk Mahasiswa PGMI/PGSD

Bahan Ajar Matematika SD / MI Berbasis Pendekatan Kontekstual Untuk Mahasiswa PGMI/PGSD



Siti Annisah
Zulela
Endry Boeriswati

Penerbit LADUNY ALIFATAMA
Anggota IKAPI
Jl. Ki Hajar Dewantara No. 49, Kota Metro – Lampung.
Telp. 085269181545 - 0811361113



Bahan Ajar
Matematika SD/MI
Berbasis pendekatan kontekstual
(Untuk Mahasiswa PGMI/PGSD)

PENULIS

Siti Annisah, M.Pd., Prof. Dr. Zulela MS, M.Pd
Prof. Dr. Endry Boeriswati, M.Pd

Editor

Dr. Anton Noornia, M.Pd, Dr. Makmuri, M.Si, Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si,
Dr. Fauzan, MA., Yunita Wildaniati, M.Pd., Choirudin, M.Pd

Hak Cipta pada penulis

Hak Penerbitan pada penerbit
dilarang memperbanyak/memproduksi sebagian
atau seluruhnya dalam bentuk apapun tanpa izin tertulis
dari pengarang dan/atau penerbit.

Kutipan pasal 72:

Sanksi pelanggaran Undang-undang Hak Cipta
(UU No. 10 Tahun 2012)

1. Barangsiapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 2 ayat (1) atau Pasal (49) ayat (1) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/(atau) denda paling sedikit Rp. 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan atau denda paling banyak Rp. 5.000.000.000,00 (lima milyar rupiah).
2. Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam ayat (1), dipidana dengan pidana paling lama 5 (lima) tahun dan/ atau denda paling banyak Rp. 500.000.000,- (lima ratus juta rupiah).

Bahan Ajar
Matematika SD/MI
Berbasis pendekatan kontekstual
(Untuk Mahasiswa PGMI/PGSD)

PENULIS

Siti Annisah, M.Pd., Prof. Dr. Zulela MS, M.Pd
Prof. Dr. Endry Boeriswati, M.Pd

Editor

Dr. Anton Noornia, M.Pd, Dr. Makmuri, M.Si, Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si,
Dr. Fauzan, MA., Yunita Wildaniati, M.Pd., Choirudin, M.Pd

Bahan Ajar
Matematika SD/MI
Berbasis pendekatan kontekstual
(Untuk Mahasiswa PGMI/PGSD)

Penulis

Siti Annisah, M.Pd., Prof. Dr. Zulela MS, M.Pd
Prof. Dr. Endry Boeriswati, M.Pd

Editor:

Dr. Anton Noornia, M.Pd, Dr. Makmuri, M.Si, Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si,
Dr. Fauzan, MA., Yunita Wildaniati, M.Pd., Choirudin, M.Pd

Lay Out

Team Laduny Creative

ISBN : 978-623-7829-80-5

21 x 29,7 cm; x + 165 hal

Cetakan Pertama, November 2020

Dicetak dan diterbitkan oleh:

CV. LADUNY ALIFATAMA

(Penerbit Laduny) Anggota IKAPI

Jl. Ki Hajar Dewantara No. 49 Iringmulyo, Metro – Lampung.

Telp. 0725 (7855820) - 0811361113

Email: ladunyprinting@gmail.com

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	ii
KATA PENGANTAR	iv
BAB I Bilangan Bulat.....	1
A. Pendahuluan	1
1. Sub Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (Sub-CPMK)	2
2. Indikator	2
3. Petunjuk Belajar	3
B. Bilangan Bulat.....	3
1. Membangun Pengertian Bilangan Bulat.....	4
2. Operasi Bilangan Bulat	11
3. Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat.....	24
C. Perpangkatan.....	29
1. Membangun Pengertian Bilangan Berpangkat.....	29
2. Jenis-jenis Perpangkatan	33
3. Sifat-sifat Bilangan Berpangkat	34
D. Akar Kuadrat.....	36
1. Membangun Pengertian Akar Kuadrat.....	37
E. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan Bilangan Bulat	40
F. Rangkuman	53
G. Tes Formatif 1	54
BAB II KPK dan FPB	55
A. Pendahuluan	55
1. Sub Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (Sub-CPMK)	55
2. Indikator	55
3. Petunjuk Belajar	56
B. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)	56
1. Faktor Suatu Bilangan	57
2. Faktor Persekutuan Dari Dua Bilangan.....	63
3. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)	67
4. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan FPB	73
C. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK).....	86
1. Kelipatan Suatu Bilangan	86
2. Kelipatan Persekutuan Dari Dua Bilangan.....	90
3. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)	92
4. Pemecahan Masalah Sehari-Hari Yang Berkaitan Dengan KPK. 98	
D. Rangkuman	109
E. Tes Formatif 2	109
BAB III Bilangan Pecahan.....	111
A. Pendahuluan	111
1. Sub Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (Sub-CPMK)	112

2. Indikator.....	112
3. Petunjuk Belajar.....	112
B. Bilangan Pecahan	113
1. Membangun Pengertian Bilangan Pecahan	113
2. Jenis-Jenis Bilangan Pecahan	120
3. Pecahan Murni dan Pecahan Tidak Murni.....	121
4. Operasi Pada Bilangan Pecahan	134
5. Pecahan Senilai	121
6. Membandingkan Bilangan Pecahan.....	126
7. Mengubah Bentuk Pecahan	130
C. Pemecahan Masalah Pada Bilangan Pecahan	134
D. Rangkuman.....	153
E. Tes Formatif 3	153
DAFTAR PUSTAKA	155
KUNCI JAWABAN	156
Tes Formatif 1	156
Tes Formatif 2	156
Tes Formatif 3	156

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah. Segala puji kehadirat Allah SWT atas karunia, petunjuk, bimbingan, dan perlindungan-Nya sehingga bahan ajar matematika yang diperuntukkan bagi mahasiswa PGMI dapat diselesaikan dengan baik. Bahan ajar matematika ini meliputi materi bilangan yaitu bilangan bulat, FPB dan KPK, dan bilangan pecahan.

Bahan ajar matematika ini disusun dalam rangka memfasilitasi peningkatan kompetensi mahasiswa PGMI sebagai calon guru kelas di tingkat sekolah dasar agar memiliki kompetensi pendidik yang berkualitas, khususnya kompetensi profesional. Salah satu kemampuan yang menjadi fokus perhatian adalah kemampuan pemecahan masalah matematika pada mahasiswa prodi PGMI.

Penyusunan bahan ajar ini diawali dengan kegiatan pengamatan dan survey tentang bahan ajar matematika yang dibutuhkan oleh mahasiswa PGMI. Berdasarkan hasil survey menunjukkan bahwa mahasiswa PGMI saat ini membutuhkan bahan ajar matematika yang lebih fokus pada peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematika. Oleh karena itu, bahan ajar matematika ini memfokuskan pada pemecahan masalah matematika.

Proses penyusunan dilakukan dengan mengkaji berbagai literatur yang berkaitan dengan materi matematika. Selain itu, penyusunan bahan ajar matematika ini melibatkan beberapa dosen matematika dan alumni mahasiswa PGMI IAIN Metro. Bahan ajar ini telah dikonsultasikan dengan Promotor dan Co-promotor, dan divalidasi oleh para pakar matematika dari Universitas Negeri Jakarta, UIN Sunan Ampel Surabaya, pakar kurikulum UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, dan praktisi (dosen matematika) IAIN Metro dan IAI Ma'arif NU Metro. Proses selanjutnya dilakukan uji coba penggunaan bahan ajar matematika yaitu uji coba satu-satu, ujicoba kelompok kecil, dan ujicoba lapangan operasional. Hasil evaluasi dan rekomendasi dari semua pihak menjadi bahan perbaikan penyusunan bahan ajar matematika ini.

Penulis mengucapkan terimakasih dan penghargaan kepada semua pihak yang berkontribusi dalam penyusunan bahan ajar matematika ini.

1. Dr. Komarudin, M.Si. selaku Rektor Universitas Negeri Jakarta.
2. Prof. Dr. Nadiroh, M.Pd. selaku Direktur Program Pascasarjana
3. Prof. Dr. Zulela MS., M.Pd. selaku Promotor dan Koordinator S3 Prodi Pendidikan Dasar UNJ
4. Prof. Dr. Endry Boeriswati, M.Pd selaku Co-promotor dan dosen Pendidikan Dasar UNJ

5. Prof. Dr. Moch. Syarif Sumantri, M.Pd. selaku penguji dan dosen Prodi Pendidikan Dasar UNJ
6. Prof. Dr. Yufarti, M.Psi selaku penguji dan dosen Prodi Pendidikan Dasar UNJ
7. Prof. Dr. Arita Marini, ME. selaku penguji dan dosen Prodi Pendidikan Dasar UNJ
8. Dr. Makmuri, M.Si selaku validator, penguji, dan dosen Prodi Pendidikan Matematika UNJ
9. (Alm) Dr. Antor Noornia, M.Pd selaku validator dan dosen Prodi Pendidikan Matematika UNJ
10. Prof. Dr. Festiyed, MS selaku penguji luar dan dosen Pendidikan Fisika Universitas Negeri Padang
11. Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si selaku validator dan dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
12. Dr. Fauzan, MA selaku validator, Ketua Asosiasi Dosen PGMI se-Indonesia, dan dosen Pendidikan Dasar UIN Syarif Hidayatullah Jakarta
13. Yunita Wildaniati, M.Pd selaku validator dan dosen PGMI IAIN Metro
14. Choirudin, M.Pd selaku validator dan dosen PGMI IAIM NU Metro

Metro, 2019
Penulis

Siti Annisah, S.Si., M.Pd



A. Pendahuluan

Bilangan adalah suatu idea yang bersifat abstrak. Bilangan adalah keterangan mengenai banyaknya anggota suatu himpunan atau banyaknya suatu benda. Untuk menyatakan banyaknya anggota suatu bilangan diperlukan lambang atau simbol. Lambang dari suatu bilangan disebut angka.

Memahami konsep dasar bilangan adalah suatu hal yang mutlak bagi setiap orang. Disadari atau tidak bahwa bilangan merupakan suatu ide yang menjadi bagian dalam kehidupan sehari-hari. Banyak permasalahan yang terjadi dalam kehidupan ini yang membutuhkan konsep bilangan (bilangan bulat) untuk menyelesaikannya. Pentingnya mempelajari bilangan bulat juga terlihat dalam Alqur'an. Banyak ayat-ayat dalam Alqur'an yang menyebutkan tentang bilangan bulat, diantaranya adalah Q.S Al Kahfi ayat 25 yaitu:

وَلَبِثُوا فِي كَهْفِهِمْ ثَلَاثَ مِائَةٍ سِنِينَ وَازْدَادُوا تِسْعًا ﴿٢٥﴾

Artinya “Dan mereka tinggal di dalam gua selama tiga ratus tahun dan ditambah sembilan tahun” (Q.S. Al Kahfi: 25)

Pada ayat di atas dapat dipahami bahwa konsep bilangan yang dibicarakan adalah bilangan bulat. Istilah “tiga ratus tahun dan ditambah sembilan tahun” atau dalam kalimat matematika dapat ditulis “300 tahun + 9 tahun” merupakan konsep bilangan bulat. Bilangan 300 dan 9 merupakan contoh bilangan bulat, sedangkan 300 tahun + 9 tahun merupakan contoh operasi penjumlahan pada bilangan bulat. Dengan demikian, ayat di atas menunjukkan bahwa matematika merupakan ilmu yang tidak terlepas dari Al-qur'an. Melalui penjelasan ini diharapkan menambah motivasi bagi mahasiswa dalam mempelajari materi bilangan bulat.

Selanjutnya dalam sejarah munculnya bilangan, Islam mempunyai kontribusi yang sangat besar dalam perkembangan matematika modern (misalnya bilangan). Salah satu tokoh yang sangat berjasa adalah Al-Khawarizmi. Al-Khawarizmi sangat berjasa dalam perkembangan ilmu matematika modern, selain penemuan angka nol nya, dia juga memiliki kontribusi terhadap kemajuan ilmu matematika khususnya dalam penemuan ilmu al-Jabar, yang dituliskannya dalam buku yang berjudul *al-Jabr wal Muqobalah* (Corona Brezina, 2006: 33). Penemuan ilmu al-Jabar tersebut membuat Ilmu matematika menjadi lebih mudah digunakan dalam perhitungan perdagangan, pemetaan dan pembagian warisan. Selain itu sumbangan al-Khawarizmi dalam bidang matematika terdapat pada ilmu Trigonometri, dengan karya bukunya yang berjudul *al-Gharitma* (Lathifah Ibrahim, 2005:46). Pemahaman tentang sejarah perkembangan matematika misalnya bilangan sangat penting bagi mahasiswa. Selain menambah wawasan dan

pengetahuan, diharapkan dapat memotivasi mahasiswa untuk mempelajari materi bilangan secara lebih mendalam, sehingga dapat menjadi generasi yang nantinya dapat berkontribusi dalam perkembangan ilmu pengetahuan.

Begitu pentingnya memahami konsep bilangan bulat, sehingga materi bilangan bulat menjadi salah satu materi matematika yang dipelajari dan harus dikuasai oleh siswa di tingkat sekolah dasar. Untuk membelajarkan konsep bilangan bulat kepada siswa sekolah dasar bukan pekerjaan yang mudah, karena siswa SD/MI berada pada tahap berpikir konkrit sedangkan konsep bilangan bulat bersifat abstrak. Oleh karena itu, dibutuhkan pendidik yang mampu menjembatani kondisi tersebut, sehingga siswa yang berpikir konkrit dapat memahami bilangan bulat yang bersifat abstrak.

Mahasiswa PGMI sebagai calon guru kelas di tingkat sekolah dasar harus memahami konsep bilangan bulat dengan baik dan menerapkannya dalam pemecahan masalah sehari-hari. Dengan memahami konsep bilangan bulat dan mampu memecahkan masalah yang berkaitan dengan bilangan bulat menjadi salah satu bekal untuk menjadi seorang pendidik yang dapat melaksanakan pembelajaran matematika yang kreatif dan inovatif. Selain itu, pemahaman tentang bilangan bulat juga memberikan dasar untuk mempelajari materi selanjutnya seperti bilangan real dan operasinya.

Pada bab I ini mempelajari tentang bilangan bulat. Bilangan bulat yang dipelajari meliputi pengertian bilangan bulat, operasi pada bilangan bulat, perpangkatan, akar kuadrat, dan pemecahan masalah yang berkaitan dengan bilangan bulat.

1. Sub Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (Sub-CPMK)

Mahasiswa mampu menguasai konsep bilangan bulat dan operasi bilangan bulat melalui kegiatan konstruksi dan pemodelan pada bilangan bulat, serta mengaplikasikan konsep bilangan bulat dalam memecahkan masalah sehari-hari melalui kegiatan pemecahan masalah kontekstual.

2. Indikator

- Mahasiswa mampu menjelaskan pengertian bilangan bulat melalui kegiatan konstruksi pada masalah sehari-hari tentang perubahan suhu es.
- Mahasiswa mampu menjelaskan konsep bilangan bulat dengan benar melalui garis bilangan baik horizontal maupun vertikal dengan tingkat pemahaman 100%.
- Mahasiswa mampu menjelaskan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan bulat baik secara formal maupun informal.
- Mahasiswa mampu menjelaskan tentang bilangan berpangkat dan akar kuadrat melalui masalah kontekstual.
- Mahasiswa mampu memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan bilangan bulat dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah Polya.

3. Petunjuk Belajar

- a. BAB I ini berisi kegiatan belajar mahasiswa dalam mempelajari materi bilangan bulat.
- b. Capaian pembelajaran difokuskan agar mahasiswa mampu mengonstruksi pengertian bilangan bulat dan operasi bilangan bulat, serta memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan bilangan bulat.
- c. Kegiatan belajar yang akan dilakukan meliputi konstruksi pengertian bilangan bulat, memperagakan (pemodelan) operasi hitung bilangan bulat, diskusi, menjawab pertanyaan, bertanya, dan memecahkan masalah yang berkaitan dengan bilangan bulat.
- d. Setelah mempelajari materi bilangan bulat dan menerapkannya dalam pemecahan masalah, dilanjutkan dengan menjawab semua pertanyaan pada kegiatan evaluasi atau tes formatif 1.
- e. Materi bilangan bulat dipelajari dalam 2 kali pertemuan yaitu 4×50 menit.

B. Bilangan Bulat

Membilang (menghitung) suatu benda atau objek tertentu merupakan aktivitas yang sering dilakukan dalam kehidupan sehari-hari. Bilangan yang sering digunakan untuk menghitung benda atau objek (secara diskrit) adalah bilangan cacah (Kennedy, Tipps, & Johnson, 2008: 179). Namun demikian, tidak semua masalah dapat diselesaikan dengan menggunakan bilangan cacah. Untuk situasi tertentu, kita membutuhkan bilangan yang dapat menjelaskan nilai di bawah 0, seperti menyatakan suhu di bawah 0 derajat, ketinggian dibawah permukaan laut, kedalaman sumur, kerugian di pasar saham, dan lain-lain. Oleh karena itu, sistem bilangan yang dapat digunakan adalah bilangan bulat.

Bilangan bulat merupakan salah satu materi dasar dan menjadi prasyarat untuk mempelajari materi matematika yang lain seperti materi bilangan rasional, geometri, dan sebagainya. Oleh karena itu, pemahaman tentang bilangan bulat harus dimiliki oleh setiap orang yang sedang mempelajari matematika dan yang akan melaksanakan pembelajaran matematika. Sebagai calon pendidik, mahasiswa PGMI harus memiliki pemahaman yang baik tentang konsep bilangan bulat. Salah satu kegiatan belajar yang dapat dilakukan agar memiliki pemahaman yang baik tentang bilangan bulat adalah membangun sendiri pengertian bilangan bulat.

1. Membangun Pengertian Bilangan Bulat

Untuk membangun (mengonstruksi) pemahaman tentang pengertian bilangan bulat, salah satunya dapat dilakukan dengan menyelesaikan masalah kontekstual di bawah ini secara berkelanjutan. Baca dan pahami masalah di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu memahami masalah dan memperkuat pemahaman tentang konsep bilangan bulat.

- a. Selesaikan masalah 1.1 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!



Masalah 1.1

Pada kegiatan praktikum di sekolah, kelompok Yusuf melakukan pengukuran suhu pada sebungkah es. Suhu es tersebut mula-mula -6°C . Setelah dipanaskan, es berubah menjadi air yang bersuhu 5°C . Berapakah kenaikan suhu es tersebut hingga menjadi air?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

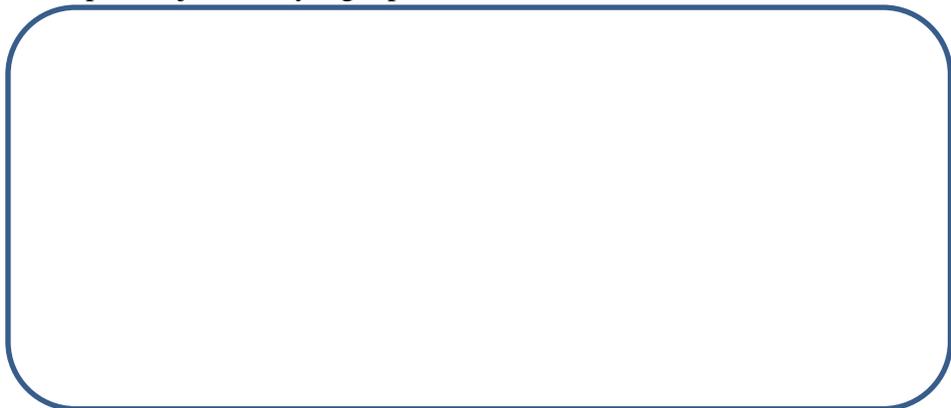
- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

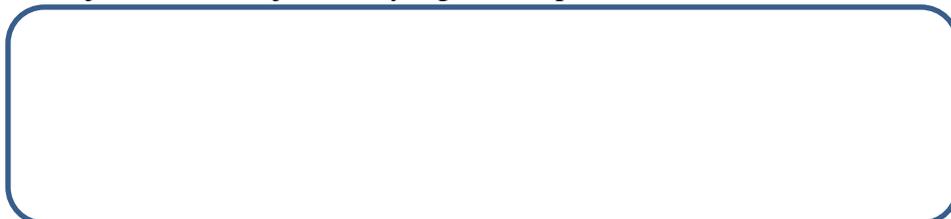


- 2) Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



- b. Setelah menyelesaikan masalah 1.1, apakah konsep bilangan cacah tepat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut? Mengapa demikian, jelaskan!

- c. Apakah kita dapat menggunakan konsep bilangan bulat untuk membantu menyelesaikan masalah 1.1 di atas? Mengapa demikian, jelaskan!

- d. Ingat kembali, bilangan apa saja yang termasuk dalam bilangan bulat?

- e. Istilah “bilangan bulat” sudah tidak asing bagi kita ketika belajar matematika. ***Lalu apa yang dimaksud dengan bilangan bulat itu?***

Untuk menguatkan pemahaman kita tentang pengertian bilangan bulat, mari kita amati peta konsep bilangan di bawah ini.

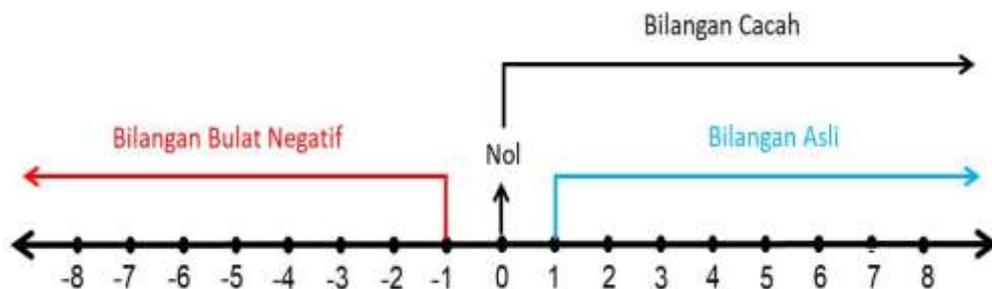


Gambar 1.1 Peta Konsep Bilangan

Pada peta konsep bilangan di atas, memperlihatkan bahwa bilangan bulat termasuk bilangan rasional. Bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat negatif {...-5, -4, -3, -2, -1} dan bilangan cacah {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}. Sementara itu, bilangan cacah terdiri dari bilangan nol {0} dan bilangan bulat positif atau bilangan asli (1, 2, 3, 4, 5, ...).

- f. Berdasarkan beberapa uraian di atas, buatlah kesimpulan tentang pengertian bilangan bulat.

Setelah Anda membuat sendiri pengertian bilangan bulat, sebaiknya dilanjutkan dengan mempelajari uraian tentang bilangan bulat berikut ini. Hal tersebut sangat penting untuk memperkuat pemahaman Anda tentang bilangan bulat. Penyajian bilangan bulat pada garis bilangan dapat membantu kita untuk memahami konsep bilangan bulat. Adapun garis bilangan bulat yang dimaksud sebagai berikut:



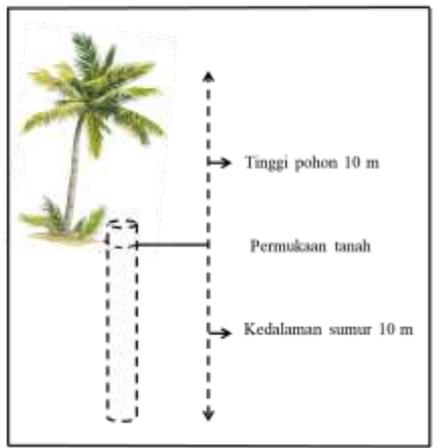
Gambar 1. 2. Pembagian Bilangan Bulat pada garis bilangan

Gambar 1.2. di atas memperlihatkan bahwa bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat positif, nol, dan bilangan bulat negatif. Pada garis bilangan bulat menunjukkan bahwa bilangan bulat negatif berada di sebelah kiri nol, dan bilangan bulat positif (bilangan asli) berada di sebelah kanan nol. Letak bilangan bulat pada garis bilangan tersebut mengindikasikan bahwa semakin ke kanan maka nilainya makin besar, dan semakin ke kiri maka nilainya semakin kecil.

Secara umum, garis bilangan bulat dibuat secara mendatar (horizontal). Dapatkah garis bilangan bulat digambar tegak atau vertikal? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, terlebih dahulu perhatikan ilustrasi masalah berikut ini.

Masalah 1.2

Di sebuah pohon kelapa, terdapat seekor tupai sedang asyik menikmati buah kelapa kegemarannya. Karena merasa sudah kenyang, tupai tersebut berencana pindah ke pohon lain. Namun ketika melompat, tiba-tiba jatuh ke dalam sumur yang kering dan lembab dengan kedalaman 10 meter. Tupai tersebut berusaha naik ke permukaan sumur, tetapi karena dinding sumur licin setiap kali naik terperosok turun lagi. Apabila setiap satu menit tupai dapat naik setinggi 3 meter terperosok turun lagi 1 meter. Berapa menit tupai tersebut dapat bisa sampai di permukaan sumur?



- a. Buatlah suatu garis lurus yang mewakili ketinggian pohon kelapa dan kedalaman sumur. Kemudian tentukan titik nol pada garis bilangan sebagai letak dimulainya pengukuran. Jika setiap 1 meter ditandai oleh setiap angka, gambarkan garis bilangan bulat tersebut!

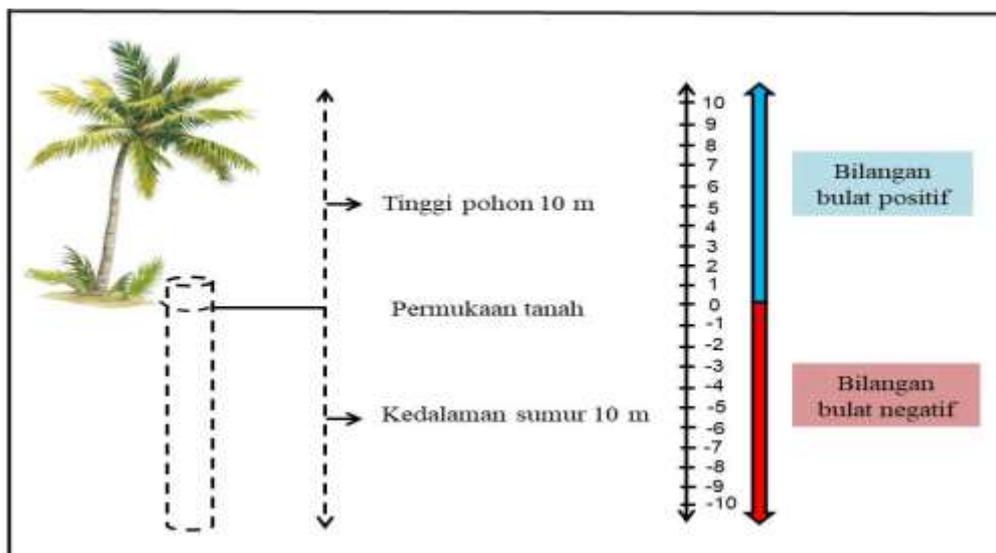
- b. Pada garis bilangan bulat tersebut, jelaskan dimana letak bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif!

- c. Buat kesimpulan tentang penyajian bilangan bulat dan urutan bilangan bulat!

Setelah Anda membuat sendiri kesimpulan tentang penyajian bilangan bulat dan urutan bilangan bulat menunjukkan bahwa Anda telah mampu mengonstruksi cara menyajikan bilangan bulat pada garis bilangan secara vertikal. Proses konstruksi tersebut merupakan pengalaman belajar yang menghasilkan pengetahuan baru tentang penyajian bilangan bulat bahwa selain menggunakan garis bilangan secara horizontal, bilangan bulat juga dapat disajikan pada garis bilangan secara vertikal.

Selanjutnya untuk menguatkan pemahaman Anda tentang penyajian bilangan bulat, Anda dapat mempelajari penjelasan berikut tentang konsep bilangan bulat. Pada masalah di atas memperlihatkan bahwa tinggi pohon kelapa adalah 10 meter dan kedalaman sumur 10 meter. Dari manakah pengukuran tersebut dimulai? Lalu berapa ketinggian atau kedalaman permukaan tanah?

Apabila tiap 1 meter ditandai oleh setiap angka, maka dapat digambarkan seperti gambar di bawah ini.



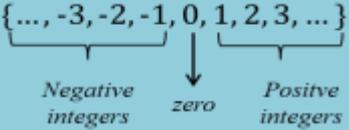
Gambar 1.3. Deskripsi garis bilangan bulat secara vertikal

Pengukuran ketinggian pohon dimulai dari permukaan tanah yang ditandai angka 0 sampai dengan 10, dan kedalaman sumur dimulai dari permukaan tanah yang ditandai dengan angka 0 sampai dengan -10 atau berlawanan arah dengan ketinggian pohon. Ketinggian pohon mewakili bilangan bulat positif dan kedalaman sumur mewakili bilangan bulat negatif. Melalui gambar tersebut dapat mempermudah mencari penyelesaian pada masalah di atas.

Berdasarkan uraian tersebut memperjelas bahwa garis bilangan bulat dapat dibuat dalam bentuk vertikal. Garis bilangan bulat juga dapat mendeskripsikan letak bilangan bulat dan urutan bilangan bulat. Dengan demikian, garis bilangan bulat dapat dibuat mendatar (horizontal) maupun tegak (vertikal).

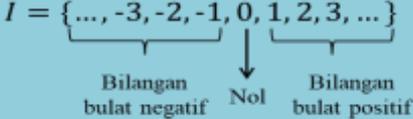
Definisi bilangan bulat.

The set of integers $I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$



(Musser & Burger, 1991: 283)

Himpunan bilangan bulat $I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$



Jadi bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari:

1. Bilangan bulat positif atau bilangan asli
2. Bilangan nol
3. Bilangan bulat negatif



Menjawab pertanyaan

Buatlah satu contoh pengalaman Anda yang berkaitan dengan penggunaan bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari! Kemudian jelaskan konsep bilangan bulat dari pengalaman Anda tersebut!



Bertanya

Setelah mempelajari materi pengertian bilangan bulat dan letak bilangan bulat, buatlah dua pertanyaan yang berkaitan dengan bilangan bulat tersebut agar memperoleh pemahaman yang jelas!

2. Operasi Bilangan Bulat

Kegiatan membilang atau menghitung suatu objek selalu berkaitan dengan operasi hitung pada bilangan. Lalu operasi hitung apa saja yang berlaku pada bilangan bulat? Salah satu cara untuk mengingat kembali tentang operasi hitung bilangan bulat dapat dilakukan dengan menyelesaikan masalah kontekstual di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang anda dimiliki untuk membantu menyelesaikan masalah dan memperkuat pemahaman tentang operasi bilangan bulat.

- a. Selesaikan masalah 1.3 dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

 **Masalah 1.3**

Ibu membeli 3 buah kotak yang berisi coklat. Masing-masing kotak berisi 4 buah coklat. Sepulang kerja ayah memberi ibu dua buah kotak coklat dengan jenis dan ukuran yang sama dengan coklat yang dibeli ibu. Jika ibu menggunakan 10 coklat untuk membuat kue, dan sisanya disimpan. Berapa banyak coklat yang disimpan ibu?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

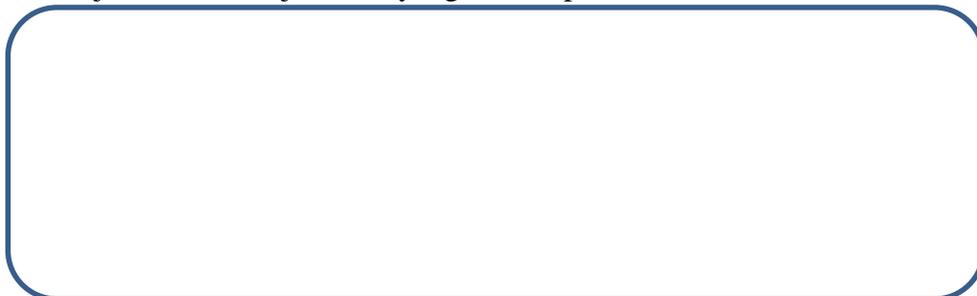


- 2) Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



- b. Setelah menyelesaikan masalah 1.3 di atas, sebutkan operasi hitung apa saja yang Anda digunakan dalam menyelesaikan masalah tersebut!

Operasi hitung bilangan bulat:

1.

2.

3.

4.

Selain yang disebutkan atas, selidikilah apakah ada operasi hitung yang lain!

Jika ada, tulislah operasi hitung tersebut yaitu

- c. Berdasarkan uraian di atas, buatlah kesimpulan tentang operasi hitung apa saja yang berlaku bilangan bulat!

.....

- d. Buatlah peta konsep yang menggambarkan operasi hitung bilangan bulat!

.....

Setelah Anda membuat peta konsep di atas, menunjukkan bahwa terdapat empat operasi dasar pada bilangan bulat yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

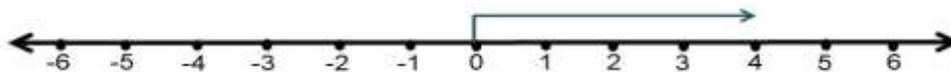
a. Penjumlahan Bilangan Bulat

Penjumlahan pada bilangan bulat mencakup empat operasi berikut ini:

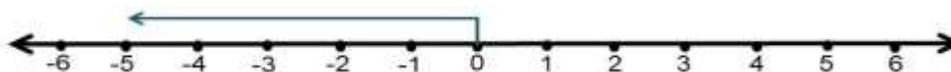
- 1) Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif
- 2) Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif
- 3) Penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif
- 4) Penjumlahan bilangan negatif dengan bilangan bulat negatif

Untuk melakukan penjumlahan bilangan bulat dapat menggunakan beberapa media, salah satunya adalah dengan menggunakan garis bilangan. Pengoperasian bilangan bulat dengan menggunakan garis bilangan perlu memperhatikan beberapa prinsip berikut ini:

- 1) Setiap melakukan peragaan awal harus dimulai dari “nol”.
- 2) Untuk menunjukkan bilangan bulat positif dilakukan dengan meletakkan ujung anak panah yang mengarah ke bilangan positif (kanan) dan untuk menunjukkan bilangan negatif dilakukan dengan meletakkan ujung anak panah yang mengarah ke bilangan negatif (kiri) pada garis bilangan yang digunakan. Misalnya untuk menunjukkan bilangan 4 dapat dilakukan dengan cara yaitu pangkal anak panah terletak di titik nol, kemudian ujung anak panah bergerak ke arah kanan sampai berhenti di titik 4, seperti pada gambar berikut ini.



Selanjutnya untuk menunjukkan bilangan -5 dilakukan dengan cara yaitu pangkal anak panah terletak di titik nol, kemudian ujung anak panah bergerak maju ke arah kiri sampai berhenti di titik -5 seperti pada gambar berikut ini.



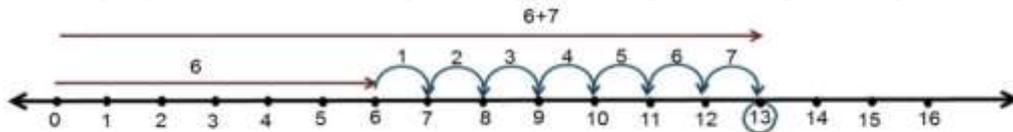
- 3) Pada operasi hitung penjumlahan bilangan bulat, ujung anak panah bilangan yang ditambahkan diteruskan maju sejauh bilangan yang penambahnya. Perlu diperhatikan, apabila penambahnya bilangan bulat positif, maka gerakan maju anak panah harus ke arah bilangan positif (kanan). Sebaliknya apabila penambahnya bilangan bulat negatif, maka gerakan maju anak panah harus ke arah bilangan bulat negatif (kiri). Hasil akhir dari penjumlahan kedua bilangan bulat tersebut dilihat dari posisi akhir ujung anak panah.
- 4) Pada operasi hitung pengurangan bilangan bulat, ujung anak panah bilangan yang dikurang diteruskan mundur sejauh bilangan pengurangnya. Apabila pengurangnya bilangan bulat positif, maka gerakan mundur anak panah harus ke arah bilangan positif. Apabila pengurangnya bilangan bulat negatif, maka gerakan mundur anak panah harus ke arah bilangan negatif. Hasil akhir dari pengurangan kedua bilangan bulat tersebut dilihat dari posisi akhir ujung anak panah.

Contoh 1. 1

Tentukan $6 + 7$ dan nyatakan pada garis bilangan!

Jawaban:

Ilustrasi penjumlahan $6 + 7$ dengan menggunakan garis bilangan sebagai berikut:



Jadi $6 + 7 = 13$

Ingat kembali ya ...

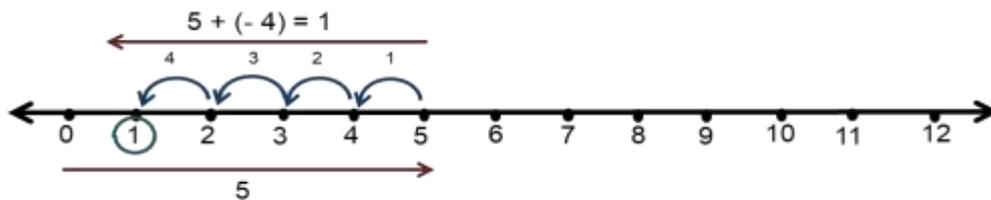
- Semakin ke kiri letak suatu bilangan, maka semakin kecil nilai bilangan tersebut.
- Semakin ke kanan letak suatu bilangan, maka semakin besar nilai bilangan tersebut.

Contoh 1. 2

Tentukan $5 + (-4)$ dan nyatakan pada garis bilangan.

Jawaban:

Ilustrasi penjumlahan $5 + (-4)$ dengan menggunakan garis bilangan sebagai berikut:



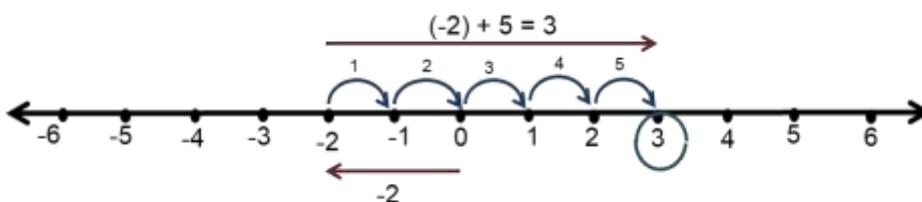
Jadi $5 + (-4) = 1$

Contoh 1. 3

Tentukan $(-2) + 5$ dan nyatakan pada garis bilangan.

Jawaban:

Ilustrasi penjumlahan $(-2) + 5$ dengan menggunakan garis bilangan sebagai berikut:



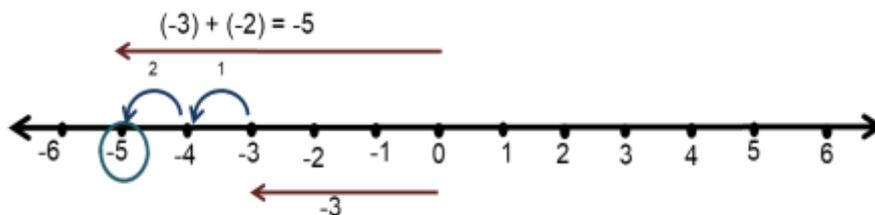
Jadi $(-2) + 5 = 3$

Contoh 1. 4

Tentukan $(-3) + (-2)$ dan nyatakan pada garis bilangan.

Jawaban:

Ilustrasi penjumlahan $(-3) + (-2)$ dengan menggunakan garis bilangan sebagai berikut:



Jadi $(-3) + (-2) = -5$

Definisi

Let a and b be any integers

1. Adding zero, $a + 0 = 0 + a = a$
2. Adding two positives. If a and b are positives, they are added as whole numbers.
3. Adding two negatives. If a and b are positives (hence $-a$ and $-b$ are negative), then $(-a) + (-b) = -(a + b)$, where $(a + b)$ is the whole-numbers sum of a and b .
4. Adding a positive and negative.
 - (a) If a and b positive and $a > b$, then $a + (-b) = a - b$, where $a - b$ is the whole-number difference of a and b
 - (b) If a and b positive and $a < b$, then $a + (-b) = -(b - a)$, where $b - a$ is the whole-number difference of a and b

(Musser & Burger, 1991: 286)

Contoh 1.5

Tentukan hasil penjumlahan di bawah ini!

- a) $5 + 0$ b) $8 + 3$ c) $6 + (-4)$ d) $3 + (-9)$ e) $(-5) + (-7)$

Jawaban:

- a) $5 + 0 = 0 + 5 = 5$ (Penjumlahan dengan nol)
b) $8 + 3 = 11$ (penjumlahan dua bilangan bulat positif)

- c) $6 + (-4) = 6 - 4 = 2$ (penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif)
- d) $3 + (-9) = -(9 - 3) = -6$ (penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif)
- e) $(-5) + (-7) = -(5 + 7) = -12$ (penjumlahan dua bilangan bulat negatif)

b. Pengurangan Bilangan Bulat

Pengurangan pada bilangan bulat mencakup empat operasi berikut ini:

- 1) Pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif
- 2) Pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif
- 3) Pengurangan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif
- 4) Pengurangan bilangan negatif dengan bilangan bulat negatif

Pengurangan dua bilangan bulat merupakan penjumlahan dengan lawannya. Seperti halnya pada operasi penjumlahan, untuk memperagakan operasi hitung pengurangan pada bilangan bulat juga dapat menggunakan garis bilangan. Pengurangan $a - b$ didefinisikan bahwa penjumlahan a dengan lawannya b .

Definisi

Substraction of integers: adding the opposite

Let a and b be any integers. Then $a - b = a + (-b)$

Definisi lain

Substraction of integers: Missing-addend approach

Let a , b , and c be any integers. Then $a - b = c$ if and only if $a = b + c$

(Musser & Burger, 1991: 290-291)



Ayo Diskusi

- 1) Berdiskusilah dengan anggota kelompok untuk menyelesaikan tugas berikut!
- 2) Tuliskan prosedur bagaimana cara anda menjelaskan pengurangan bilangan bulat berikut dengan menggunakan garis bilangan, skema, atau cara lainnya!
 - a) Pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif

- b) Pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif

- c) Pengurangan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif

- d) Pengurangan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

- 3) Setelah melakukan operasi pengurangan bilangan bulat di atas, lakukan analisis dan jelaskan tentang hubungan operasi penjumlahan dengan operasi pengurangan bilangan bulat!



c. Perkalian Bilangan Bulat

Perkalian adalah penjumlahan yang berulang. Misalnya, 3×4 artinya $4 + 4 + 4$, dan 6×2 artinya $2 + 2 + 2 + 2 + 2$. Terdapat beberapa prinsip yang harus diperhatikan dalam penggunaan garis bilangan untuk menjelaskan peragaan operasi hitung perkalian pada bilangan bulat.

- 1) Setiap akan dilakukan peragaan, posisi awal peragaan harus dimulai dari bilangan 0 (skala nol).
- 2) Apabila pengalinya adalah bilangan bulat positif, maka ujung anak panah menghadap ke bilangan positif (kanan), dan apabila pengalinya adalah bilangan bulat negatif, maka ujung anak panah menghadap ke bilangan negatif (kiri).
- 3) Gerakan maju anak panah menunjukkan bilangan yang akan dikalikan adalah bilangan positif, sedangkan gerakan mundur anak panah menunjukkan bilangan pengalinya adalah bilangan negatif.
- 4) Hasil perkalian ditunjukkan dengan skala yang ditunjukkan anak panah pada langkah yang terakhir.

Perkalian bilangan bulat mencakup empat operasi sebagai berikut:

- 1) Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif
- 2) Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif
- 3) Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif
- 4) Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

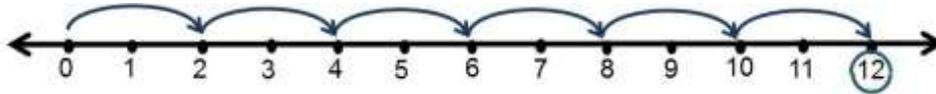
Contoh 1.6

Nyatakan 6×2 sebagai penjumlahan berulang dan nyatakan pada garis bilangan serta tentukan hasilnya!

Jawaban:

$$6 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$$

Ilustrasi:



Jadi $6 \times 2 = 12$

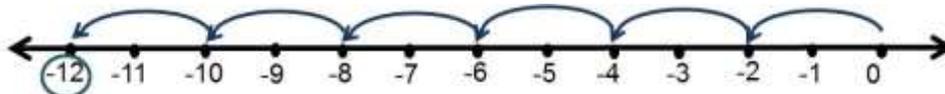
Contoh 1.7

Nyatakan $6 \times (-2)$ sebagai penjumlahan berulang dan nyatakan pada garis bilangan serta tentukan hasilnya!

Jawaban:

$$6 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -12$$

Ilustrasi:



Jadi $6 \times (-2) = -12$ atau $6 \times (-2) = -(6 \times 2) = -12$

Contoh 1.8

Jelaskan hasil perkalian $(-3) \times 6$?

Jawaban:

Untuk menjelaskan hasil perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif dapat menggunakan skema berikut ini.

	$3 \times 6 = 18$	
Berkurang 1	$2 \times 6 = 12$	Berkurang 6
Berkurang 1	$1 \times 6 = 6$	Berkurang 6
Berkurang 1	$0 \times 6 = 0$	Berkurang 6
Berkurang 1	$-1 \times 6 = -6$	Berkurang 6
Berkurang 1	$-2 \times 6 = -12$	Berkurang 6
Berkurang 1	$-3 \times 6 = -18$	Berkurang 6
.....

Berdasarkan skema di atas, dapat dijelaskan bahwa hasil perkalian $(-3) \times 6$ adalah -18.

Contoh 1.9

Jelaskan hasil perkalian $(-3) \times (-6)$!

Jawaban:

Salah satu cara untuk menjelaskan hasil perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif dapat menggunakan skema berikut ini.

		$3 \times (-6) = -18$	
Berkurang 1	↕	$2 \times (-6) = -12$	↙ Bertambah 6
Berkurang 1	↕	$1 \times (-6) = -6$	↙ Bertambah 6
Berkurang 1	↕	$0 \times (-6) = 0$	↙ Bertambah 6
Berkurang 1	↕	$(-1) \times (-6) = 6$	↙ Bertambah 6
Berkurang 1	↕	$(-2) \times (-6) = 12$	↙ Bertambah 6
Berkurang 1	↕	$(-3) \times (-6) = 18$	↙ Bertambah 6
.....	↕	↙

Berdasarkan skema di atas menunjukkan bahwa $(-3) \times (-6)$ adalah 18.

Definisi perkalian bilangan bulat.

Let a and b be any integers.

1. *Multiplying by 0, $a \times 0 = 0 \times a = 0$*
2. *Multiplying two positives. If a and b are positive, they are multiplied as whole numbers.*
3. *Multiplying a positive and a negative. If a is positive and b is positive (thus $-b$ is negative), then $a(-b) = -(ab)$, where ab is the whole-number product of a and b . That is, the product of a positive and a negative is negative.*
4. *Multiplying two negatives. If a and b are positive, then $(-a) \times (-b) = ab$ where ab is the whole-number product of a and b . That is, the product of two negatives is positive.*

(Musser & Burger, 1991: 299)

Contoh 1.10

Tentukan hasil penjumlahan di bawah ini!

- a) 5×0 b) 5×3 c) $5 + (-3)$ e) $(-5) + (-3)$

Jawaban:

- a) $5 \times 0 = 0$ (Perkalian dengan nol)
 b) $5 \times 3 = 15$ (Perkalian dua bilangan bulat positif)
 c) $5 \times (-3) = -(5 \times 3) = -(15)$ (perkalian bilangan bulat positif dan negatif)
 d) $(-5) \times (-3) = 5 \times 3 = 15$ (perkalian dua bilangan bulat negatif)

d. Pembagian Bilangan Bulat

Pembagian adalah invers perkalian. Pembagian juga dapat diartikan bahwa pembagian adalah operasi kebalikan dari perkalian. Oleh karena itu, pembagian dapat dijelaskan sebagai suatu bentuk perkalian dengan salah satu faktornya yang belum diketahui. Contoh: $4 \times 5 = r$, tentunya r adalah 20.

Maka pembagian $\frac{20}{4} = 5$, karena $5 \times 4 = 20$

Sementara itu pembagian $\frac{20}{5} = 4$, karena $4 \times 5 = 20$.

Untuk sebarang bilangan bulat a , b dan c dan $b \neq 0$, berlaku $a : b = c$.

Pembagian bilangan bulat mencakup beberapa operasi berikut ini:

- 1) Pembagian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif
Berlaku bahwa $(+) : (+) = (+)$
- 2) Pembagian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif
Berlaku bahwa $(+) : (-) = (-)$
- 3) Pembagian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif
Berlaku bahwa $(-) : (+) = (-)$
- 4) Pembagian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif
Berlaku bahwa $(-) : (-) = (+)$
- 5) Pembagian bilangan bulat (selain nol) dengan nol
Berlaku bahwa $a : 0 = \text{tidak didefinisikan}$
- 6) Pembagian bilangan nol dengan bilangan bulat (selain nol)
Berlaku bahwa $0 : a = 0$

Definisi pembagian bilangan bulat.

Let a and b be any integers, where $b \neq 0$. Then $a \div b = c$ if and only if $a = b \times c$ for a unique integer c .

(Musser & Burger, 1991: 302)

Ambil a dan b bilangan bulat dan $b \neq 0$, maka $a \div b = c$ jika dan hanya jika $a = b \times c$



- 1) Berdiskusilah dengan anggota kelompok untuk menyelesaikan tugas berikut!
- 2) Tuliskan prosedur bagaimana cara anda menjelaskan pembagian bilangan bulat berikut dengan garis bilangan, skema, atau cara lainnya!
 - a) Pembagian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif

- b) Pembagian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif

- c) Pembagian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif

- d) Pembagian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

- 3) Setelah melakukan operasi pembagian bilangan bulat di atas, lakukan analisis dan jelaskan tentang hubungan operasi perkalian dengan operasi pembagian bilangan bulat!

3. Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat

a. Sifat Operasi Hitung penjumlahan bilangan bulat

Sifat-sifat operasi hitung penjumlahan bilangan bulat meliputi sifat komutatif, asosiatif, tertutup, identitas, dan invers.

1) Sifat Komutatif (pertukaran)

Sifat komutatif operasi penjumlahan bilangan bulat adalah penjumlahan dua buah bilangan bulat selalu memiliki hasil yang sama meskipun kedua bilangan tersebut dipertukar tempatnya. Misalnya:

a) Untuk bilangan 8 dan -10, hasil $8 + (-10) = -2$ dan hasil $(-10) + 8 = -2$.

Dengan demikian $8 + (-10) = (-10) + 8 = -2$

b) Untuk bilangan -3 dan -6, hasil $(-3) + (-6) = -9$ dan hasil $(-6) + (-3) = -9$.

Dengan demikian $(-3) + (-6) = (-6) + (-3) = -9$

Begitu pula untuk penjumlahan bilangan bulat lainnya.

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a dan b berlaku: $a + b = b + a$

2) Sifat Asosiatif (pengelompokan)

Sifat asosiatif disebut juga dengan pengelompokan. Misalnya:

a) Untuk bilangan bulat 6, 9, dan 4. Hasil penjumlahan $(6 + 9) + 4 = 19$ sama dengan hasil penjumlahan $6 + (9 + 4) = 19$.

Dengan demikian $(6 + 9) + 4 = 6 + (9 + 4) = 19$

- b) Untuk bilangan -2, 4, dan 5. Hasil penjumlahan $((-2) + 4) + 5 = 7$, dan hasil penjumlahan $(-2) + (4 + 5) = 7$.
Dengan demikian $((-2) + 4) + 5 = (-2) + (4 + 5) = 7$.

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a , b dan c berlaku:
 $(a + b) + c = a + (b + c)$

3) Sifat Tertutup

Sifat tertutup pada operasi penjumlahan bilangan bulat adalah setiap penjumlahan bilangan bulat akan menghasilkan bilangan bulat juga.

Contoh:

Ambil sebarang bilangan bulat misalnya:

- a) Untuk bilangan 6 dan 7, maka $6 + 7 = 13$, bilangan 13 merupakan bilangan bulat.
b) Untuk bilangan 4 dan -5, maka $4 + (-5) = -1$, bilangan -1 merupakan bilangan bulat.
c) Untuk bilangan -8 dan -6, maka $(-8) + (-6) = -14$, bilangan -14 merupakan bilangan bulat.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa hasil penjumlahan bilangan bulat adalah bilangan bulat juga. Hal ini memiliki makna bahwa operasi penjumlahan bilangan bulat bersifat tertutup.

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a , dan b berlaku: $a + b = c$, dengan c adalah bilangan bulat

4) Unsur Identitas Penjumlahan

Nol "0" adalah unsur identitas (netral) pada penjumlahan. Artinya hasil penjumlahan suatu bilangan bulat dengan bilangan nol atau sebaliknya, akan menghasilkan bilangan itu sendiri. Contoh:

- a) $4 + 0 = 4$
b) $0 + 10 = 10$

Untuk sebarang bilangan bulat a berlaku: $a + 0 = 0 + a = a$

5) Invers

Invers (lawan) penjumlahan bilangan bulat adalah apabila bilangan bulat dijumlahkan dengan lawannya (inversnya) menghasilkan bilangan nol.

Misalnya:

- a) $2 + (-2) = 0$
b) $(-1) + 1 = 0$
c) $(-3) + 3 = 0$

Berdasarkan contoh di atas dapat dilihat bahwa penjumlahan dua bilangan yang saling berlawanan menghasilkan 0. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa lawan dari sebarang bilangan adalah negatif dari bilangan bulat itu sendiri; dan penjumlahan dua bilangan buah bilangan bulat yang saling berlawanan hasilnya 0.

Untuk sebarang bilangan bulat a memiliki invers jumlah $-a$ berlaku:

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

b. Sifat Operasi Pengurangan Bilangan Bulat

Sifat operasi hitung pengurangan pada bilangan bulat adalah tertutup.

1) Sifat Tertutup

Untuk mengetahui apakah operasi hitung pengurangan bilangan bulat memiliki sifat tertutup maka dapat dilakukan dengan mengambil sebarang dua bilangan bulat kemudian mengurangkan dan memeriksa hasilnya.

Misalnya:

- a) Bilangan 4 dan -2, maka hasil pengurangannya adalah $4 - (-2) = 6$; 6 merupakan bilangan bulat.
- b) Bilangan -5 dan -3, maka hasil pengurangannya adalah $-5 - (-3) = -2$; -2 merupakan bilangan bulat.

Melalui contoh di atas dan dapat dilanjutkan dengan sebarang bilangan bulat yang lain, maka dapat disimpulkan bahwa hasil pengurangan dua bilangan bulat adalah bilangan bulat pula. Dengan demikian dapat dikatakan operasi pengurangan bilangan bulat bersifat tertutup.

2) Sifat komutatif

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada operasi penjumlahan, buktikan apakah operasi hitung pengurangan bilangan bulat memiliki sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers.

c. Sifat Operasi Perkalian Bilangan Bulat

Sifat operasi hitung perkalian pada bilangan bulat adalah tertutup, komutatif, asosiatif, invers, identitas.

1) Tertutup

Penentuan sifat tertutup pada bilangan bulat dapat dilakukan dengan mengambil sebarang bilangan bulat kemudian mengalikan bilangan tersebut. Jika hasil perkalian tersebut berupa bilangan bulat, maka operasi perkalian bersifat tertutup. Perhatikan himpunan bilangan bulat $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Misalnya:

- a) Untuk bilangan -3 dan 4, maka $(-3) \times 4 = -12$, bilangan -12 merupakan bilangan bulat.
- b) Untuk bilangan -6 dan -7, maka $(-6) \times (-7) = 42$, bilangan 42 merupakan bilangan bulat.

Begitu juga untuk bilangan-bilangan bulat yang lain. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa hasil perkalian bilangan bulat dengan bilangan bulat adalah bilangan bulat. Hal tersebut menunjukkan bahwa operasi hitung perkalian bersifat tertutup.

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a , dan b berlaku: $a \times b = c$, dengan c adalah bilangan bulat

2) Komutatif

Sifat komutatif pada operasi hitung perkalian bilangan bulat dapat dijelaskan dengan mengambil dua bilangan bulat, kemudian kita kalikan. Jika hasil perkalian bilangan pertama dengan bilangan kedua sama dengan hasil perkalian bilangan kedua dengan bilangan pertama, maka dapat dikatakan bahwa operasi perkalian memiliki sifat komutatif. Misalnya:

- a) Untuk bilangan 4 dan -12, hasil $4 \times (-12) = -48$ dan hasil $(-12) \times 4 = -48$.
Dengan demikian $4 \times (-12) = (-12) \times 4 = -48$
- b) Untuk bilangan -9 dan -5, hasil $(-9) \times (-5) = 45$ dan hasil $(-5) \times (-9) = 45$.

Dengan demikian $(-9) \times (-5) = (-5) \times (-9) = 45$

Kebenaran prinsip itu dapat diperiksa untuk beberapa pasangan bilangan bulat yang lainnya.

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a dan b berlaku: $a \times b = b \times a$

3) Asosiatif

Sifat asosiatif pada operasi hitung perkalian bilangan bulat dapat dijelaskan dengan mengambil tiga bilangan bulat, kemudian kita kalikan. Jika hasil perkalian pertama yaitu bilangan pertama dikelompokkan dengan bilangan kedua kemudian dikalikan dengan bilangan ketiga memiliki hasil yang sama dengan perkalian kedua yaitu bilangan kedua dikelompokkan dengan bilangan ketiga yang kemudian dikalikan bilangan pertama, maka operasi hitung perkalian bersifat asosiatif.

Contoh berikut ini dapat membantu memahami sifat asosiatif pada operasi hitung perkalian bilangan bulat.

Ambil sebarang tiga buah bilangan bulat.

a) Untuk bilangan bulat 2, 4, dan 7. Hasil perkalian $(2 \times 4) \times 7 = 56$; dan hasil hasil perkalian $2 \times (4 + 7) = 56$.

Dengan demikian $(2 \times 4) \times 7 = 2 \times (4 \times 7) = 56$

b) Untuk bilangan -3, 5, dan -6. Hasil perkalian $((-3) \times 5) \times (-6) = 90$, dan hasil perkalian $(-3) \times (5 \times (-6)) = 90$.

Dengan demikian $((-3) \times 5) \times (-6) = (-3) \times (5 \times (-6)) = 90$.

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a , b dan c berlaku:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

4) Identitas

Bilangan 1 adalah unsur identitas operasi hitung perkalian bilangan bulat. Perkalian bilangan 1 dengan bilangan bulat yang lain akan menghasilkan bilangan itu sendiri.

Contoh 1.11.

a) $9 \times 1 = 9$

b) $1 \times (-3) = -3$

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a berlaku: $a \times 1 = 1 \times a = a$

5) Distributif (penyebaran)

Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dapat dapat dipahami seperti memahami sifat pengelompokkan.

Contoh 1.12.

a) $2 \times (5 + 6) = (2 \times 5) + (2 \times 6)$

$$2 \times 11 = 10 + 12$$

$$22 = 22$$

b) $3 \times ((-2) + 4) = (3 \times (-2)) + (3 \times 4)$

$$3 \times 2 = (-6) + 12$$

$$6 = 6$$

Pada contoh di atas dapat diamati bahwa kedua ruas memiliki hasil yang sama. Hal tersebut mengindikasikan bahwa perkalian memiliki sifat distributif. Untuk menguatkan pemahaman tentang sifat distributif ini dapat dilanjutkan pada sebarang bilangan yang lain.

Secara umum, untuk sebarang bilangan bulat a , b dan c berlaku:

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

C. Bilangan Berpangkat

Perpangkatan atau bilangan berpangkat juga dikenal dengan istilah bilangan eksponen. Salah satu fungsi bilangan berpangkat adalah untuk menyederhanakan penulisan atau meringkas penulisan. Contohnya 100.000.000 dapat ditulis dengan notasi pangkat 10^8 . Lalu apa yang dimaksud dengan bilangan berpangkat? Untuk memahami bilangan berpangkat, kita dapat melakukan konstruksi sendiri tentang pengertian bilangan berpangkat agar pemahaman yang diperoleh menjadi lebih bermakna.

1. Membangun Pengertian Bilangan Berpangkat

Salah satu kegiatan membangun (konstruksi) pengertian bilangan berpangkat dapat dilakukan dengan menjawab beberapa pertanyaan di bawah ini.

- a. Selesaikanlah masalah 1.4 dengan menggunakan pemecahan masalah dibawah ini!

Masalah 1.4

Budi mempunyai akuarium ikan cupang yang berbentuk kubus. Pada suatu hari Budi membersihkan akuarium tersebut dan mengganti air yang ada didalamnya. Jika panjang sisi akuarium ikan cupang tersebut 50 cm, berapa air yang diperlukan Bayu untuk mengisi penuh akuarium tersebut?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!



- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- 2) Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



- b. Apakah kita dapat menggunakan perkalian bilangan bulat untuk membantu menyelesaikan masalah 1.4 di atas? Mengapa demikian, jelaskan!



- c. Apakah kita dapat menggunakan konsep bilangan berpangkat untuk membantu menyelesaikan masalah 1.4 di atas? Mengapa demikian, jelaskan!



- d. Apakah terdapat hubungan antara perkalian bilangan bulat dengan bilangan berpangkat? Jelaskan!



- e. Setelah menjawab beberapa pertanyaan di atas, buatlah kesimpulan tentang pengertian bilangan berpangkat! Berikan contohnya!



Ketika menyelesaikan masalah 1.4 di atas, sebenarnya kita telah menggunakan konsep perpangkatan atau bilangan berpangkat. Hal tersebut ditunjukkan bahwa informasi yang diketahui pada masalah adalah akuarium berbentuk kubus dan panjang sisinya 50 cm, sementara yang akan dicari adalah volume aquarium. Melalui informasi itu, kita dapat menggunakan rumus volume kubus yaitu $V = s^3$ atau $V = s^3 = 50^3 = 50 \times 50 \times 50$.

Sebagai *reinforcement* (penguatan) dalam memahami bilangan berpangkat, dapat dijelaskan bahwa bilangan berpangkat bilangan merupakan perkalian bilangan yang berulang dari suatu bilangan. Bilangan berpangkat juga dapat dijelaskan sebagai bilangan penyederhana dari sebuah bilangan yang dikalikan. Secara umum bilangan berpangkat dapat ditulis:

$$\underbrace{a \times a \times a \times a \times \cdots \times a}_{\text{Sebanyak } n \text{ faktor}} = a^n$$

Keterangan:

a^n = bilangan berpangkat

a = bilangan pokok

n = pangkat (eksponen)

Contoh 1.13

Bilangan 2^3 merupakan penyederhana dari perkalian berulang bilangan 2 sebanyak 3 kali yaitu $2 \times 2 \times 2$

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

3 sebagai pangkat (eksponen)

2 sebagai bilangan pokok

Bentuk 2^3 dibaca “dua pangkat tiga”. 2^3 disebut bilangan berpangkat bilangan bulat positif.

2. Jenis-jenis Bilangan Berpangkat

Perpangkatan atau bilangan berpangkat terdiri atas beberapa jenis, yaitu bilangan berpangkat bilangan bulat positif, bilangan berpangkat bilangan bulat negatif, bilangan berpangkat nol, dan bilangan berpangkat bilangan pecahan. Untuk bilangan berpangkat bilangan pecahan akan dibahas pada BAB III.

a. Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat Positif

Bilangan berpangkat bilangan bulat positif adalah hasil penyederhanaan sebuah perkalian bilangan yang memiliki faktor yang sama.

Apabila bilangan real dilambangkan dengan huruf a dan bilangan bulat dilambangkan dengan huruf n , maka bilangan berpangkat dapat ditulis a^n (a pangkat n) yang menyatakan bahwa perkalian bilangan a secara berulang sebanyak n faktor. Secara umum bilangan berpangkat dapat ditulis:

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \text{ (perkalian } a \text{ sebanyak } n)$$

Contoh 1.14

- 1) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- 2) $5^5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125$
- 3) $2^{10} = 2 \times 2 = 1024$
- 4) $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$
- 5) $(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$

Menghitung nilai bilangan berpangkat perlu memperhatikan:

- Bilangan bulat positif pangkat bilangan bulat positif menghasilkan bilangan bulat positif
- Bilangan bulat negatif pangkat bilangan bulat positif ganjil menghasilkan bilangan bulat negatif
- Bilangan bulat negatif pangkat bilangan bulat positif genap menghasilkan bilangan bulat positif

b. Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat Negatif

Bilangan berpangkat bilangan bulat negatif adalah bilangan berpangkat yang pangkatnya merupakan bilangan bulat negatif.

Secara umum dapat ditulis: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, untuk $a \neq 0$

Contoh 1.15

- $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$
- $10^{-4} = \frac{1}{10^4}$

c. Bilangan Berpangkat nol

Bilangan berpangkat nol adalah bilangan berpangkat yang memiliki pangkat nol. Semua bilangan yang dipangkatkan nol hasilnya 1. Secara umum dapat ditulis: $a^0 = 1$

Contoh 1.16

- $4^0 = 1$
- $(-10)^0 = 1$

3. Sifat-sifat Bilangan Berpangkat

Untuk dapat menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan bilangan berpangkat, kita harus memahami sifat-sifat bilangan berpangkat. Sifat-sifat tersebut menjadi aturan dasar atau acuan dalam menyelesaikan permasalahan yang menggunakan bilangan berpangkat. Adapun sifat-sifat bilangan berpangkat sebagai berikut:

a. Sifat perkalian bilangan berpangkat bilangan bulat positif

Untuk memahami sifat perkalian bilangan berpangkat, perhatikan bentuk umum dan contoh soal di bawah ini.

Bentuk umum: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Contoh 1.17

- 1) $3^4 \times 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 = 19.683$
- 2) $6 \times 6^2 = 6^1 \times 6^2 = 6^{1+2} = 6^3 = 216$

b. Sifat pembagian bilangan berpangkat bilangan bulat positif

Untuk memahami sifat pembagian bilangan berpangkat, perhatikan bentuk umum dan contoh soal di bawah ini.

Bentuk umum: $a^m : a^n = a^{m-n}$ dengan $a \neq 0$

Contoh 1.18

- 1) $3^7 : 3^5 = 3^{7-5} = 3^2$
Hasil tersebut sama dengan $\frac{3^7}{3^5} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3^2$
- 2) $4^5 : 4^2 = 4^{5-2} = 4^3$
Hasil tersebut sama dengan $4^5 : 4^2 = \frac{4^5}{4^2} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4} = 4^3$

c. Sifat perpangkatan bilangan berpangkat bilangan bulat positif

Untuk memahami sifat perpangkatan ini, perhatikan bentuk umum dan contoh soal di bawah ini.

Bentuk umum: $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Contoh 1.19

- 1) $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$
Hasil tersebut sama dengan $(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{12}$
- 2) $((-5)^4)^2 = (-5)^{4 \times 2} = (-5)^8$
Hasil tersebut sama dengan $((-5)^4)^2 = (-5)^4 \times (-5)^4 = (-5)^{4+4} = 5^8$

d. Sifat perpangkatan dari bentuk perkalian

Untuk memahami sifat perpangkatan dari bentuk perkalian, perhatikan bentuk umum: $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

Contoh 1.20

- 1) $(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$
Hasil tersebut sama dengan $(3 \times 4)^2 = (12)^2 = 144$
- 2) $(5 \times (-2))^3 = 5^3 \times (-2)^3 = 125 \times (-8) = -1000$
Hasil tersebut sama dengan $(5 \times (-2))^3 = (-10)^3 = -1000$

e. Sifat perpangkatan dari bentuk pembagian

Untuk memahami sifat perpangkatan dari bentuk perkalian, perhatikan bentuk umum: $(a : b)^m = a^m : b^m$

Contoh 1.21

- 1) $(4 : 2)^3 = 4^3 : 2^3 = 64 : 8 = 8$
Hasil tersebut sama dengan $(4 : 2)^3 = (2^2 : 2)^3 = 2^6 : 2^3 = 2^3 = 8$
- 2) $(6 : 2)^4 = 6^4 : 2^4 = 1296 : 16 = 81$
Hasil tersebut sama dengan $(6 : 2)^4 = (2 \times 3 : 2)^4 = 2^4 \times 3^4 : 2^4 = 3^4 = 81$



Tugas Mandiri

Untuk meningkatkan kemampuan melakukan operasi hitung bilangan berpangkat, selesaikan soal-soal di bawah ini secara mandiri!

- 1) Tentukan hasil operasi bilangan berpangkat bulat berikut ini!
 - a) 12^3
 - b) $(-15)^2$
 - c) $2^5 \times 2^3$
 - d) $((-3)^2)^3$
 - e) $12^9 : 12^4$
- 2) Sederhanakan bentuk bilangan berpangkat berikut ini!
 - a) $(4^6 : 4^2)^3$
 - b) $(10 : 2)^3$
 - c) $x^8 : x^2 \times x^4$
 - d) $(-y^4)^5 \times (-y^3)^2$
 - e) $(z^3)^4 : (z^3)^2$

D. Akar Kuadrat

Akar kuadrat atau akar pangkat dua merupakan salah satu materi yang banyak digunakan baik dalam mempelajari materi matematika lainnya maupun dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya akar kuadrat dapat digunakan untuk mencari panjang sisi dari suatu persegi jika diketahui luasnya, dan lain

sebagainya. Lalu apa yang dimaksud dengan akar kuadrat? Untuk memahami akar kuadrat, kita dapat melakukan konstruksi sendiri tentang pengertian akar kuadrat.

1. Membangun Pengertian Akar Kuadrat

Kegiatan konstruksi atau membangun sendiri pengertian akar kuadrat dapat dilakukan dengan menjawab beberapa pertanyaan di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pemahaman yang telah Anda miliki untuk memahami masalah dan memperkuat pemahaman tentang materi akar kuadrat.

- a. Selesaikanlah masalah 1.5 dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini

 **Masalah 1.5**

Amira memiliki sehelai kain yang berbentuk persegi dengan luas 1225 cm^2 . Kain tersebut akan dibuat taplak meja. Agar terlihat indah, Amira akan menambahkan renda di tepi kain tersebut. Berapa panjang renda yang dibutuhkan Amira ?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

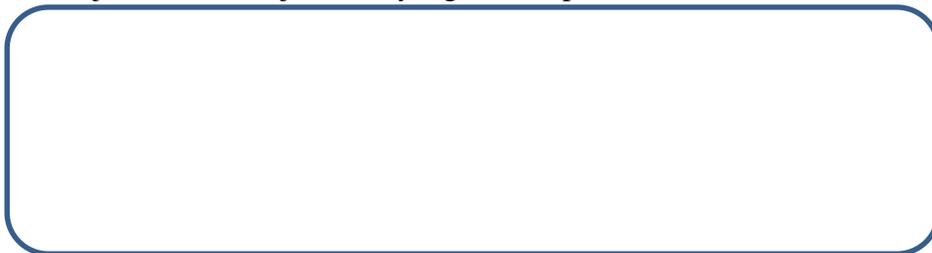


- 2) Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



- b. Ketika menyelesaikan masalah 1.5 di atas, apakah kita dapat menggunakan konsep akar kuadrat? Mengapa demikian, jelaskan!

- c. Jelaskan yang Anda ketahui apa yang dimaksud dengan akar kuadrat!

- d. Berikan 2 contoh akar kuadrat bilangan bulat!

Ketika menyelesaikan masalah di atas, sebenarnya kita telah menggunakan konsep akar kuadrat bilangan bulat. Pada pembahasan ini, penarikan akar pada bilangan bulat hanya dilakukan pada bilangan bulat positif. Akar kuadrat (akar pangkat dua) bilangan bulat positif merupakan invers (kebalikan) dari perpangkatan (pangkat dua). Dalam menentukan akar kuadrat tidak dapat dipisahkan dari bilangan berpangkat. Akar bilangan merupakan perpangkatan dengan pangkat bilangan pecahan. Akar kuadrat dilambangkan dengan tanda “ $\sqrt{\quad}$ ”.

Contoh 1.22

a. $\sqrt{9} = 3$, sebab $3^2 = 9$

Bilangan 3 diperoleh dari $\sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{\frac{1}{2}} = 3^{2 \times \frac{1}{2}} = 3^{\frac{2}{2}} = 3^1 = 3$

b. $\sqrt{64} = 8$, sebab $8^2 = 64$

Bilangan 8 diperoleh dari $\sqrt{64} = 64^{\frac{1}{2}} = (8^2)^{\frac{1}{2}} = 8^{2 \times \frac{1}{2}} = 8^{\frac{2}{2}} = 8^1 = 8$

c. $\sqrt{25} = 5$, sebab $5^2 = 25$

d. $\sqrt{36} = 6$, sebab $6^2 = 36$

e. $\sqrt{49} = 7$, sebab $7^2 = 49$

f. $\sqrt{81} = 9$, sebab $9^2 = 81$

Selanjutnya, akar kuadrat (akar pangkat dua) bilangan bulat positif dapat ditingkatkan lebih lanjut, misalnya akar pangkat tiga, dan seterusnya.

Contoh 1.24

a. $\sqrt[3]{8} = 2$, sebab $2^3 = 8$

Bilangan 2 diperoleh dari $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{2^3} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$

b. $\sqrt[3]{64} = 4$, sebab $4^3 = 64$

Bilangan 4 diperoleh dari $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} = \sqrt[3]{4^3} = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{3}{3}} = 4^1 = 4$

E. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan Bilangan Bulat

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa konsep bilangan bulat sangat dibutuhkan dalam menyelesaikan permasalahan sehari-hari. Untuk menyelesaikan suatu permasalahan hendaknya dilakukan secara cermat, teliti, dan menggunakan pengetahuan yang dimiliki sehingga menghasilkan solusi yang tepat dan benar.

Dalam memecahkan masalah matematika, terdapat beberapa prosedur atau langkah-langkah yang dapat dilakukan. Polya menjelaskan bahwa ada empat langkah pemecahan masalah yaitu 1) memahani masalah, 2) membuat rencana penyelesaian, 3) melakukan perhitungan atau penyelesaian, dan 4) memeriksa jawaban. Langkah-langkah tersebut yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika. Berikut ini diberikan contoh permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep bilangan bulat.

Masalah 1.6

Doni berencana membuat minuman dingin air tawar. Karena tidak memiliki persediaan air putih, maka Doni mengeluarkan es batu dari kulkas. Pada saat dikeluarkan dari kulkas, suhu es batu tersebut adalah -8°C . Sambil menunggu es batu tersebut mencair, Doni meninggalkannya untuk bermain selama 30 menit. Setelah selesai bermain, Doni langsung meminum air es tersebut. Berapa suhu air es yang diminum Doni, jika setiap 3 menit suhu es batu naik 2°C ?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.

- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Doni membuat air minum dingin yang berasal dari es batu.
- Suhu mula-mula es batu pada saat dikeluarkan dari kulkas adalah -8°C
- Perubahan suhu es batu adalah setiap 3 menit suhu es naik 2°C
- Es batu didiamkan selama 30 menit

Ditanya: Suhu air es batu yang telah mencair pada menit ke-30

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi yang tepat digunakan adalah strategi membuat gambar (garis bilangan bulat).

Alasannya adalah:

- Garis bilangan bulat dapat menggambarkan proses perubahan suhu es dari suhu di bawah 0 dan di atas nol.
- Untuk mengetahui suhu air es pada menit ke-30, terlebih dahulu mencari perubahan atau kenaikan suhu es yaitu perubahan suhu -8°C ke suhu x selama 30 menit
-

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

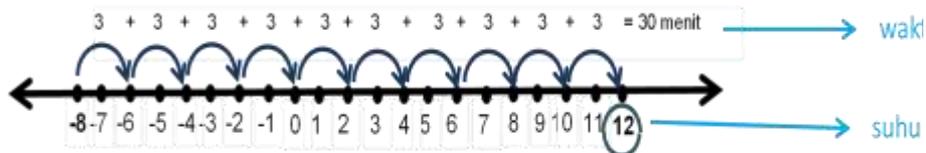
- Menggambar garis bilangan bulat.
- Menentukan letak suhu awal yaitu -8 , kemudian menghitung perubahan atau kenaikan suhu es batu yang naik 2°C setiap 3 menit selama 30 menit.



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

Jika setiap angka pada garis bilangan menunjukkan 1°C , maka perubahan suhu es mula-mula -8°C bergerak (naik) 2°C setiap 3 menit selama 30 menit dapat dilihat sebagai berikut:



Pada garis bilangan di atas menunjukkan suhu es batu yang semula memiliki suhu -8°C naik 2°C setiap 3 menit. Sehingga selama 30 menit, suhu es batu tersebut naik menjadi 12°C . Jadi air es yang diminum Doni bersuhu 12°C .

- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Jadi air es yang diminum Doni bersuhu 12°C .

Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- g. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar!

Untuk memeriksa kebenaran dari jawaban di atas, dapat dilakukan dengan mengubah bahasa soal ke dalam bahasa matematika yaitu suhu es batu yang semula -8°C naik 2°C setiap 3 menit selama 30 menit menjadi

$$\text{Suhu es} = -8 + \left(2 \times \left(\frac{30}{3} \right) \right)$$

$$\text{Suhu es} = -8 + (2 \times 10)$$

$$\text{Suhu es} = -8 + 20$$

$$\text{Suhu es} = 12$$

Dengan demikian suhu air es yang diminum Doni adalah 12°C (terbukti)



Masalah 1.7

Pada seleksi tes masuk suatu perguruan tinggi memiliki aturan penilaian yaitu jawaban yang benar diberi nilai 4, jawaban yang salah diberi nilai -2, dan tidak menjawab diberi nilai 0. Jumlah soal seluruhnya ada 60 soal.

- Berapakah nilai tertinggi yang dapat diperoleh?
- Berapakah nilai terendah yang dapat diperoleh?
- Susanti mendapatkan nilai 70. Berapakah jumlah soal yang berhasil dijawab benar oleh Susanti dengan lima soal tidak dijawab?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Jumlah soal seluruhnya = 60 soal
- Skor jawaban benar = 4
- Skor jawaban salah = -2
- Skor tidak menjawab = 0
- Susanti mendapat nilai 70 dengan 5 soal tidak dijawab.

Ditanya:

- Nilai tertinggi yang dapat diperoleh
- Nilai terendah yang dapat diperoleh
- Jumlah soal yang dapat dijawab benar oleh Susanti

Langkah 2. Membuat rencana

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi operasi hitung.

Alasannya adalah:

- 1) Untuk mencari nilai tertinggi dilakukan dengan mengalikan jumlah soal seluruhnya dengan skor jawaban benar
- 2) Untuk mencari nilai terendah dilakukan dengan mengalikan jumlah soal seluruhnya dengan skor jawaban salah
- 3) Untuk mencari jumlah soal yang dapat dijawab benar oleh Susanti dilakukan: a) mengurangi jumlah soal seluruhnya dengan soal yang tidak dijawab sehingga menghasilkan persamaan pertama, b) nilai yang diperoleh Susanti adalah nilai jawaban benar ditambah nilai jawaban salah, yang menghasilkan persamaan kedua, dan c) mensubstitusikan persamaan pertama ke dalam persamaan kedua.

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah ke dalam model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Karena jumlah seluruh soal adalah 60, maka:

- a. Nilai tertinggi = $60 \times$ skor jawaban benar
- b. Nilai terendah = $60 \times$ skor jawaban salah
- c. Jumlah soal yang dijawab benar oleh Susanti
 - 1) Mencari jumlah soal yang dijawab Susanti (baik dijawab benar maupun dijawab salah) dengan cara mengurangi jumlah seluruh soal dengan jumlah soal yang tidak dijawab Susanti yaitu $60 - 5 = 55$ soal
 - 2) Membuat model matematika
Misalkan jumlah soal yang dijawab benar adalah B dan jumlah soal yang dijawab salah adalah S, maka
 - a) Jumlah soal yang dijawab Susanti adalah $55 = B + S$ (i)
 - b) Nilai yang diperoleh Susanti adalah:
 $(B \times 4) + (S \times (-2)) = 70$ (ii)
 - 3) Untuk mendapatkan jumlah soal yang dijawab benar oleh Susanti adalah melakukan substitusi persamaan (i) ke persamaan (ii)

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- a. Nilai tertinggi

Nilai tertinggi dapat diperoleh jika 60 soal dapat dijawab benar, sehingga nilai yang didapat adalah:

$$\begin{aligned}\text{Nilai tertinggi} &= 60 \times \text{skor jawaban benar} \\ &= 60 \times 4 \\ &= 240\end{aligned}$$

Jadi nilai tertinggi yang diperoleh adalah 240

- b. Nilai terendah

Nilai terendah dapat diperoleh jika 60 soal dijawab salah semua, sehingga nilai yang didapat adalah:

$$\begin{aligned}\text{Nilai terendah} &= 60 \times \text{skor jawaban salah} \\ &= 60 \times (-20) = -120\end{aligned}$$

Jadi nilai terendah yang diperoleh adalah -120

- c. Susanti mendapatkan nilai 70. Berapakah jumlah soal yang berhasil dijawab benar oleh Susanti sementara lima soal tidak dijawab?

Jumlah soal = 60; soal yang tidak dijawab ada 5 soal, sehingga $5 \times 0 = 0$; dan sisa soal = $60 - 5 = 55$ soal

Dari sisa 55 soal diperoleh skor 70. Artinya ada soal yang dijawab benar dan ada soal yang dijawab salah.

Misalkan jumlah soal yang dijawab benar adalah B dan jumlah soal yang dijawab salah adalah S, maka:

Jumlah soal benar + jumlah soal salah = sisa soal

$$B + S = 55$$

$$S = 55 - B \dots\dots (i)$$

Nilai jawaban benar + nilai jawaban salah = nilai yang diperoleh

$$(B \times 4) + (S \times (-2)) = 70$$

$$(B \times 4) + (S \times (-2)) = 70$$

$$4B + (-2S) = 70$$

$$4B - 2S = 70 \quad (ii)$$

Selanjutnya substitusikan persamaan (i) ke persamaan (ii)

$$4B - 2S = 70$$

$$4B - 2(55 - B) = 70$$

$$4B - 110 + 2B = 70$$

$$6B = 180$$

$$B = 30$$

b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

- a. Nilai tertinggi yang diperoleh adalah 240
- b. Nilai terendah yang diperoleh adalah -120
- c. Jumlah soal yang dapat dijawab benar oleh Susanti sebanyak 30 soal.

Langkah 4. Melihat kembali

a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Berdasarkan jawaban yang diperoleh bahwa Susanti menjawab benar sebanyak 30 soal, dan 5 soal tidak dijawab, sehingga banyaknya soal yang dijawab salah oleh Susanti adalah $60 - 30 - 5 = 25$ soal.

Nilai yang diperoleh Susanti = nilai jawaban benar + nilai jawaban salah + nilai soal yang tidak dijawab

$$\begin{aligned}\text{Nilai yang diperoleh Susanti} &= (B \times 4) + (S \times (-2)) + 0 \\ &= (30 \times 4) + (25 \times (-2)) + 0 \\ &= 120 - 50 + 0 = 70 \\ &\text{(sesuai informasi awal)}\end{aligned}$$

Masalah 1.8

Pak Edi merupakan salah satu satpam di IAIN Metro. Pada suatu hari sebelum beliau selesai bertugas, beliau berkeliling untuk memeriksa keamanan di sekitar kampus termasuk di tempat parkir. Pada waktu itu di tempat parkir terdapat beberapa mobil dan sepeda motor. Pak Edi bertanya kepada petugas parkir “berapa jumlah kendaraan yang parkir disini?” Kemudian petugas parkir menjawab bahwa “di sini terdapat 21 kendaraan dan jumlah roda seluruhnya 60 buah”. Tolong bantu pak Edi untuk menghitung berapa jumlah masing-masing mobil dan sepeda motor yang ada di parkir tersebut?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.

- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Jumlah kendaraan ada 21 buah
- Jumlah roda seluruhnya ada 60 buah

Ditanya: jumlah mobil dan jumlah motor masing-masing

Langkah 2. Membuat rencana

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi menduga dan uji kembali.

Alasannya adalah untuk menentukan banyaknya mobil dan banyaknya motor yang parkir dapat dilakukan dengan mengambil sembarang bilangan bulat yang jika dijumlahkan hasilnya 21 dengan jumlah roda sebanyak 60 buah.

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah menjadi model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

- Dugaan pertama dapat dilakukan dengan mengambil 2 buah angka dari 1 sampai 21 (karena jumlah kendaraan ada 21 buah), kemudian menghitung jumlah mobil dan motor dan disesuaikan dengan informasi awal
- Uji kembali hasil perhitungan pertama. Jika hasilnya belum benar, buatlah dugaan kedua.
- Dugaan kedua, dilakukan dengan mengambil 2 buah angka yang berbeda dari 1 sampai 21. Kemudian menghitung jumlah mobil dan motor dan disesuaikan dengan informasi awal
- Uji kembali hasil perhitungan dari dugaan kedua. Jika hasilnya belum benar, buatlah dugaan ketiga dan seterusnya sampai mendapatkan jawaban yang benar.

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

1) Dugaan pertama

Kita ambil dari angka tengah dari 1 sampai 21 (banyak kendaraan) misal 11 mobil dan 10 sepeda motor = 21 kendaraan (jumlah kendaraan terpenuhi atau sesuai informasi)

Uji kembali

Mobil mempunyai 4 roda dan sepeda motor mempunyai 2 roda, maka $(4 \times 11) + (2 \times 10) = 44 + 20 = 64$ (jumlah roda tidak sesuai informasi)

2) Dugaan kedua

Karena pada dugaan pertama jumlah roda lebih banyak dari yang informasi yang diketahui, maka kendaraan yang jumlah rodanya lebih banyak kita kurangi.

Misal: 9 mobil dan 12 sepeda motor = 21 kendaraan (jumlah kendaraan sesuai)

Uji kembali

Mobil mempunyai 4 roda dan sepeda motor mempunyai 2 roda, maka $(4 \times 9) + (2 \times 12) = 36 + 24 = 60$ (jumlah roda sesuai informasi)

- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Jadi jumlah kendaraan yang ada di parkir adalah 9 mobil dan 12 sepeda motor.

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Untuk memeriksa kebenaran jawaban di atas, dapat dilakukan dengan membuat tabel sebagai berikut:

Kendaraan	Jumlah kendaraan	Jumlah roda
Mobil	9	$9 \times 4 = 36$
Sepeda Motor	12	$12 \times 2 = 24$
jumlah	21	60

Pada tabel di atas membuktikan bahwa total kendaraan yang ada di parkir sebanyak 21 kendaraan dan 60 roda tersebut terdiri dari 9 mobil dan 12 sepeda motor (sesuai dengan jawaban)



Tugas Mandiri

Langkah-langkah Kegiatan

- Selesaikanlah masalah berikut ini secara mandiri!
- Gunakan langkah-langkah pemecahan masalah (Polya) dalam menyelesaikan masalah!
- Jawablah setiap pertanyaan sesuai dengan petunjuk yang diberikan!



Masalah 1.9

Kakak dan adik sedang bermain bersama. Masing-masing memiliki sejumlah kelereng. Kakak berkata kepada adik “Beri aku dua kelerengmu dan aku akan mempunyai kelereng sejumlah sama seperti yang kau punya”. Selanjutnya adik berkata kepada kakak “beri aku kelerengmu dua dan aku akan mempunyai kelereng dua kali punya”. Berapa banyak kelereng yang dipunyai oleh masing-masing anak tersebut (kakak dan adik)?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!



- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah menjadi model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sampai mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Masalah 1.10

Seekor siput darat (bekicot) yang merambat di pohon dengan ketinggian 5 meter, tiba-tiba jatuh ke dalam sumur yang kering dengan kedalaman 11 meter. Siput itu berusaha naik ke tempat semula. Setiap 30 menit siput bisa naik 2 meter. Berapa jam siput bisa sampai tempat semula?

Alternatif penyelesaian

↓

Langkah 1. Memahami masalah

- a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!



- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, dan ubahlah masalah menjadi model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!!



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

F. Rangkuman

1. Himpunan Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri atas (1) bilangan bulat positif atau bilangan asli, (2) nol, dan (3) bilangan bulat negatif atau lawan bilangan asli.
2. Operasi hitung bilangan bulat terdiri dari penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.
3. Operasi hitung penjumlahan bilangan bulat memiliki sifat tertutup, komutatif, asosiatif, identitas, dan invers.
4. Operasi hitung pengurangan bilangan bulat hanya memiliki sifat tertutup, tidak berlaku sifat komutatif dan sifat asosiatif.
5. Operasi hitung perkalian memiliki sifat tertutup, komutatif, asosiatif, distributif, identitas, dan invers.
6. Operasi hitung pembagian tidak bersifat tertutup, komutatif, asosiatif, dan distributif.
7. Bilangan berpangkat adalah perkalian bilangan yang berulang dari suatu bilangan. Bilangan berpangkat juga dapat dijelaskan sebagai bilangan penyederhana dari sebuah bilangan yang dikalikan.
8. Akar kuadrat bilangan bulat merupakan invers (kebalikan) dari perpangkatan.

G. Tes Formatif 1

1. Fandi sedang berlatih menyelesaikan beberapa soal matematika. Ketika menyelesaikan satu soal, Fandi berhenti karena mengalami kesulitan untuk menyelesaikannya. Adapun soal tersebut adalah “Tentukan nilai y dari persamaan $x^3z - 4x^2y^2 + 15 = 33$, jika diketahui $x = 3$ dan $z = 6$ ”. Tolong bantu Fandi untuk menyelesaikan soal tersebut!
2. Luas sawah milik pak Budi berukuran sembilan kali lebih luas dari sawah pak Slamet. Kedua sawah tersebut berbentuk persegi. Jika luas sawah pak Slamet 144 m^2 , berapakah panjang sisi sawah pak Budi?
3. Rina memiliki dua buah bilangan bulat. Jumlah dua buah bilangan tersebut adalah -54 . Jika bilangan yang satu adalah lima kali bilangan yang lain, berapakah bilangan yang lebih besar?
4. Sandra membantu ibu membersihkan lemari es. Pada saat dibersihkan, lemari es tersebut pada posisi mati dengan temperatur 14°C . Setelah itu, Sandra menghidupkan lemari es kembali dan sekarang temperaturnya turun 18°C . Berapa temperaturnya sekarang?
5. Rafif dan tiga orang temannya sedang bermain bersama. Mereka sedang membandingkan tinggi badan satu sama lain. Rafif lebih tinggi 16 cm daripada Irsyad. Awang lebih pendek 8 cm daripada Rafif. Alfin lebih tinggi 12 cm daripada Awang. Berapa selisih tinggi antara Alfin dengan Irsyad?
6. Edi adalah seorang *office boy* yang bekerja di suatu gedung bertingkat. Untuk naik dari satu tingkat ke tingkat lainnya dengan menggunakan *lift*. Pada suatu hari, Edi naik 18 lantai, kemudian ia turun 9 lantai, dan terakhir naik lagi 13 lantai. Jika ia terakhir sampai di lantai 22 , dari lantai berapakah ia naik pertama kali?
7. Dua belas tahun yang akan datang, usia Dani menjadi 5 kali usianya sekarang. Berapa usia Dani sekarang?
8. Pak Maman membandingkan berat buah jeruk, salak, dan kelengkeng. Dua buah jeruk sama beratnya dengan tiga buah salak. Satu buah salak sama beratnya dengan 6 buah kelengkeng. Berapa banyak buah kelengkeng yang sama berat dengan satu buah jeruk?
9. Setelah dilakukan seleksi minat dan bakat bidang olahraga terhadap 32 siswa, ternyata 5 siswa tidak menyukai basket dan volley. Banyaknya siswa yang menyukai keduanya adalah sepertiga dari yang hanya suka basket dan dua kali dari yang hanya suka volley. Berapa banyaknya siswa yang menyukai keduanya?
10. Raihan ingin membeli kemeja dan kaos di sebuah toko baju. Ia bertanya kepada penjaga toko tentang harga kemeja dan kaos yang akan dibelinya. Kemudian penjaga toko mengatakan bahwa “harga 6 kemeja dan 7 kaos adalah Rp $970.000,00$. Harga 3 kemeja dan 3 kaos adalah Rp $450.000,00$.” Berapa uang yang harus dibayarkan Raihan jika membeli 2 kemeja dan 3 kaos?

A. Pendahuluan

Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) merupakan salah satu materi matematika yang sering digunakan untuk membantu permasalahan sehari-hari. Selain itu, Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) merupakan salah satu materi yang dipelajari di SD/MI. Oleh karena itu, mahasiswa PGMI sebagai calon guru kelas memiliki keharusan untuk menguasai atau memahami konsep bilangan prima, FPB, dan KPK dengan baik.

Pada bab ini mempelajari tentang faktor suatu bilangan, faktorisasi prima, faktor persekutuan dua bilangan, Faktor Persekutuan Terbesar (FPB), kelipatan suatu bilangan, kelipatan persekutuan dua bilangan, dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK), serta penggunaannya dalam menyelesaikan permasalahan sehari-hari.

1. Sub Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (Sub-CPMK)

Mahasiswa mampu menguasai konsep Faktor Persekutuan Terbesar (FPB), dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) melalui kegiatan konstruksi, dan mengaplikasikan konsep FPB dan KPK dalam pemecahan masalah melalui kegiatan pemecahan masalah kontekstual.

2. Indikator

- a. Mahasiswa mampu mengonstruksi pengertian faktor suatu bilangan melalui masalah kontekstual.
- b. Mahasiswa mampu memperagakan faktorisasi prima dengan menggunakan pohon faktor dalam waktu singkat.
- c. Mahasiswa mampu mengonstruksi pengertian Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) melalui masalah kontekstual.
- d. Mahasiswa dapat menentukan FPB dua bilangan atau lebih dengan menggunakan faktorisasi prima

- e. Mahasiswa mampu memecahkan masalah sehari-hari dengan menggunakan konsep FPB dan sesuai dengan langkah-langkah pemecahan masalah.
- f. Mahasiswa mampu menjelaskan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dua bilangan atau lebih melalui masalah kontekstual
- g. Mahasiswa dapat menentukan KPK dua bilangan atau lebih dengan menggunakan faktorisasi prima
- h. Mahasiswa mampu memecahkan masalah sehari-hari dengan menggunakan konsep KPK dan sesuai dengan empat langkah pemecahan masalah

3. Petunjuk Belajar

- a. BAB II ini berisi kegiatan belajar mahasiswa dalam mempelajari materi FPB dan KPK
- b. Capaian pembelajaran difokuskan agar mahasiswa mampu mengonstruksi pengertian Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK), serta memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan konsep FPB dan KPK.
- c. Kegiatan belajar yang akan dilakukan meliputi konstruksi pengertian faktor suatu bilangan, faktor persekutuan dua bilangan, Faktor Persekutuan Terbesar (FPB), kelipatan suatu bilangan, Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK), memperagakan (pemodelan) faktorisasi prima, menentukan FPB dan KPK, serta memecahkan masalah yang berkaitan dengan FPB dan KPK
- d. Setelah mempelajari materi FPB dan KPK serta menerapkannya dalam pemecahan masalah, dilanjutkan dengan menjawab semua pertanyaan pada kegiatan evaluasi atau tes formatif 2.
- e. Materi FPB dan KPK dipelajari dalam 1 kali pertemuan yaitu 2×50 menit.

B. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

Dalam mempelajari Faktor Persekutuan Terbesar (FPB), terdapat materi prasyarat harus dikuasai mahasiswa yaitu faktor suatu bilangan, dan faktor persekutuan bilangan. Setelah itu mahasiswa dapat menentukan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB). Pemahaman tentang Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dapat membantu menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan FPB.

1. Faktor Suatu Bilangan

Masih ingatkah Anda tentang faktor suatu bilangan? Apa yang dimaksud dengan faktor suatu bilangan? Untuk mengingat kembali dan agar tidak cepat lupa tentang faktor suatu bilangan, Anda dapat membangun sendiri pengertian faktor suatu bilangan.

Baca dan pahami ilustrasi di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu memperkuat pemahaman tentang faktor suatu bilangan.

Ilustrasi 2.1

Aisyah mempunyai 12 buah jeruk. Dia berencana memberikan semua jeruk tersebut secara rata kepada temannya. Rata yang dimaksud adalah bahwa setiap orang akan mendapat buah jeruk yang sama banyaknya. Kemudian Aisyah berpikir berapa banyak teman yang akan diberi jeruk tersebut agar masing-masing memperoleh jumlah yang sama.



- Jika 12 jeruk diberikan kepada 1 orang, maka akan mendapat semuanya (12 jeruk)
- Jika 12 jeruk diberikan kepada 2 orang, maka masing-masing akan mendapat 6 jeruk
- Jika 12 jeruk diberikan kepada 3 orang, maka masing-masing akan mendapat 4 jeruk
- Jika 12 jeruk diberikan kepada 4 orang, maka masing-masing akan mendapat 3 jeruk
- Jika 12 jeruk diberikan kepada 6 orang, maka masing-masing akan mendapat 2 jeruk
- Jika 12 jeruk diberikan kepada 12 orang, maka masing-masing akan mendapat 1 buah jeruk

a. Berdasarkan ilustrasi di atas, dapat dibuat tabel sebagai berikut:

Jumlah jeruk	=	Banyaknya teman yang dapat diberi jeruk	×	Banyaknya jeruk yang diterima masing-masing teman
12	=	1	×	12
12	=	2	×	6
12	=	3	×	4
12	=	4	×	3
12	=	6	×	2
12	=	12	×	1

- 1) Perhatikan kembali tabel di atas! Apakah terdapat hubungan operasi perkalian antara 12 dengan 1, 2, 3, 4, 6, dan 12! Jelaskan alasannya!



- 2) Perhatikan tabel di atas! Apakah terdapat hubungan operasi pembagian antara 12 dengan 1, 2, 3, 4, 6, dan 12! Jelaskan alasannya!



- b. Berdasarkan uraian di atas dapat dijelaskan bahwa bilangan 1, 2, 3, 4, 6, dan 12 adalah faktor dari 12. Dengan demikian, buatlah kesimpulan tentang pengertian faktor suatu bilangan dengan menggunakan bahasa sendiri!



- c. Buatlah 2 contoh tentang bilangan beserta faktor-faktornya!



Setelah menjawab beberapa pertanyaan dan membangun sendiri pengertian faktor suatu bilangan, Anda dapat mempelajari penjelasan tentang faktor suatu bilangan berikut ini. Hal tersebut penting karena dapat memperkuat pemahaman Anda tentang materi faktor suatu bilangan. Istilah “faktor” sangat berkaitan dengan perkalian suatu bilangan. Faktor sebuah bilangan adalah bilangan-bilangan yang dapat dikalikan untuk memperoleh bilangan tersebut. Dengan demikian, setiap bilangan merupakan hasil perkalian banyak faktor. Perhatikan bilangan-bilangan berikut beserta perkalian faktor-faktornya.

- a. 8 adalah hasil perkalian dari 1 dengan 8 dan 2 dengan 4. Sehingga dapat diketahui bahwa himpunan faktor dari $8 = \{1, 2, 4, 8\}$.
- b. 20 adalah hasil perkalian dari 1 dengan 20; 2 dengan 10; 4 dengan 5. Sehingga faktor dari $20 = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

Pada contoh di atas dapat dimaknai bahwa 1, 2, 4, 8 adalah faktor-faktor dari 8. Begitu juga 1, 2, 4, 5, 10, 20 adalah faktor-faktor dari 20.

Definisi.

1. *Numbers that are multiplied together are called factor* (Tussy, Gustafson, & Koenig, 2011: 80).

Bilangan-bilangan yang dikalikan secara bersama disebut faktor.

2. *If a and b are whole number and $a \neq 0$, then a is a factor of b if and only if there is whole number c such that $ac = b$. We can say that a divides b or that b is a multiple of a* (Bennet & Nelson, 2004: 211).

Jika a dan b adalah bilangan cacah dan $a \neq 0$, maka a adalah faktor dari b jika dan hanya jika ada bilangan cacah c sedemikian hingga $ac = b$. Kita dapat menyebutkan bahwa a membagi b atau b adalah kelipatan a .

Selanjutnya istilah “faktor” juga sangat berkaitan dengan pembagian suatu bilangan. Faktor suatu bilangan adalah suatu bilangan yang dapat membagi habis bilangan tersebut. Misalnya:

- a. 5 adalah faktor dari 10, karena 5 dapat membagi habis bilangan 10, dan hasilnya adalah 2.
- b. 3 adalah faktor dari 15, karena 3 dapat membagi hasbi bilangan 15, dan hasilnya adalah 5.
- c. 2 bukan faktor dari 7, karena 2 tidak dapat membagi habis 7 (ada sisa 1).

Melalui ilustrasi tersebut dapat dibuat definisi sebagai berikut:

Bilangan bulat positif a adalah faktor dari b jika a habis membagi b .

Contoh 2.1

Tentukan faktor dari 30?

Penyelesaian:

Faktor dari 30 adalah

$$30 = 1 \times 30$$

$$30 = 2 \times 15$$

$$30 = 3 \times 10$$

$$30 = 5 \times 6$$

Jadi faktor dari 30 adalah 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, dan 30.

Berdasarkan contoh di atas menjelaskan bahwa untuk menentukan faktor-faktor suatu bilangan dapat dilakukan dengan cara mendaftar atau menulis semua faktor dari suatu bilangan tersebut.



Menentukan Faktor Prima suatu Bilangan

Bilangan prima adalah suatu bilangan yang mempunyai dua faktor (pembagi) yaitu satu dan bilangan itu sendiri. Sedangkan bilangan komposit adalah suatu bilangan yang mempunyai banyak faktor (lebih dari dua faktor). Salah satu kegunaan memahami bilangan prima adalah dapat digunakan untuk membantu menentukan FPB dan KPK dari satu bilangan atau lebih.

Definisi.

A prime number is a whole number greater than 1 that has only 1 and itself as factor (Tussy et al., 2011: 82).

Bilangan prima adalah bilangan cacah yang lebih besar dari 1 yang hanya mempunyai faktor 1 dan bilangan itu sendiri.

Menentukan faktor prima dari suatu bilangan sering dikenal istilah dengan “faktorisasi prima”. Faktorisasi prima adalah suatu faktorisasi yang hanya memuat bilangan-bilangan prima. Hasil faktorisasi prima adalah bilangan-bilangan prima yang merupakan faktor dari bilangan yang difaktorkan. Salah satu cara untuk melakukan faktorisasi prima dari suatu bilangan adalah:

- a. Membagi suatu bilangan dengan bilangan prima terkecil, jika tidak bisa, dapat dilanjutkan dengan bilangan prima yang lebih besar.
- b. Membagi kembali salah satu faktor yang bukan prima dengan bilangan prima. Gunakan bilangan prima terkecil untuk membagi bilangan tersebut, jika tidak bisa dapat dilanjutkan dengan bilangan prima yang lebih besar, dan seterusnya sampai bersisa bilangan prima.
- c. Bilangan-bilangan prima yang membagi bilangan bukan prima tersebut dinamakan faktor prima dari suatu bilangan.

Proses penentuan faktor prima di atas dinamakan pohon faktor. Berikut ini diberikan contoh menentukan faktor prima dari suatu bilangan dengan menggunakan pohon faktor.

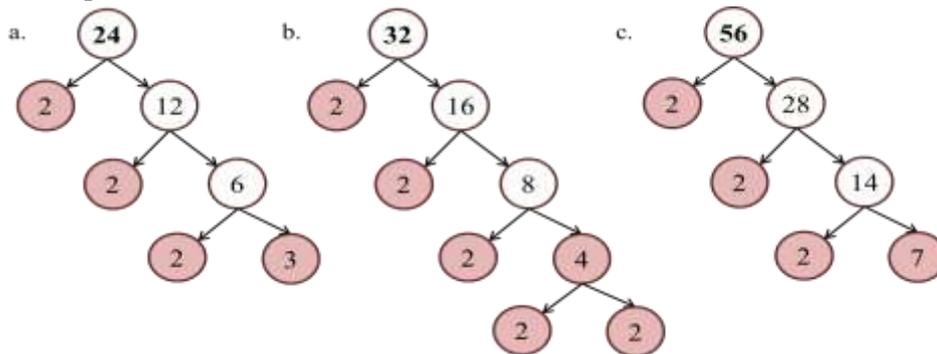
Contoh 2.2.

Tentukan faktor prima dari

- a. 24 b. 32 c. 56

Penyelesaian:

Faktor prima dari 24, 32, dan 56 adalah



Dari pohon faktor di atas diperoleh bahwa:

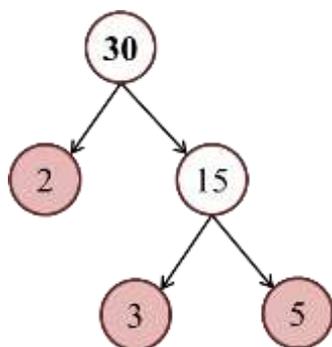
- a. Faktor prima dari 24 adalah $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$
b. Faktor prima dari 32 adalah $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$
c. Faktor prima dari 56 adalah $2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^3 \times 7$

Contoh 2.3

Tentukan faktor prima dari 30 dengan menggunakan faktorisasi prima?

Penyelesaian:

Mencari faktor prima dari 30 dengan menggunakan pohon faktor.



Jadi faktor prima dari 30 adalah 2, 3, 5
karena $2 \times 3 \times 5 = 30$.



Tugas Mandiri

- a. Selesaikanlah soal berikut ini secara mandiri!
- b. Tentukan faktor bilangan berikut ini dengan cara mendaftar dan faktorisasi prima!

1) Faktor dari 70

2) Faktor dari 160

3) Faktor dari 560

2. Faktor Persekutuan Dua Bilangan atau Lebih

Untuk mengingat kembali atau menguatkan pemahaman tentang faktor persekutuan dua bilangan dapat dilakukan dengan menyelesaikan masalah kontekstual di bawah ini secara berkelanjutan. Baca dan pahami masalah di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu menyelesaikan masalah dan memperkuat pemahaman tentang faktor persekutuan.

- a. Selesaikanlah masalah 2.1 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

Masalah 2.1

Safira mempunyai 24 apel dan 16 pisang. Dia berencana memberikan semua buah tersebut secara rata kepada tetangganya. Rata yang dimaksud adalah bahwa setiap tetangga akan mendapat buah-buahan dengan jumlah yang sama.



Ada berapa banyak tetangga Safira yang dapat menerima buah-buahan tersebut?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

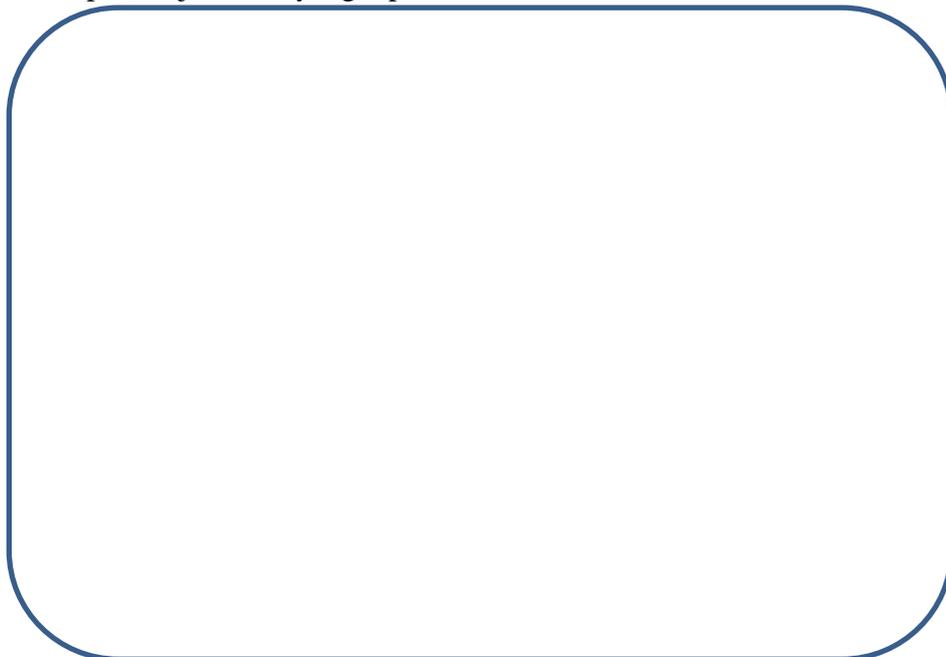
- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian, kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!



Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



2) Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

b. Setelah menyelesaikan masalah 2.1, dapat diketahui bahwa terdapat beberapa kemungkinan banyaknya tetangga Safira yang dapat menerima buah-buahan tersebut yaitu:

- Kemungkinan pertama, Safira dapat memberikan buah-buah tersebut kepada seorang tetangga, sehingga tetangga tersebut menerima 24 apel dan 16 pisang.
- Kemungkinan kedua, Safira dapat memberikan buah-buah tersebut kepada 2 orang tetangga, sehingga masing-masing tetangga tersebut menerima 12 apel dan 8 pisang.
- Kemungkinan ketiga, Safira dapat memberikan buah-buah tersebut kepada 4 orang tetangga, sehingga masing-masing tetangga tersebut menerima 6 apel dan 4 pisang.
- Kemungkinan ketiga, Safira dapat memberikan buah-buah tersebut kepada 8 orang tetangga, sehingga masing-masing tetangga tersebut menerima 3 apel dan 2 pisang.

Angka 1, 2, 4, dan 8 di atas merupakan faktor persekutuan dari 24 dan 16. Kemudian, jelaskan apa yang dimaksud dengan faktor persekutuan dari 24 dan 16!

c. Buatlah kesimpulan tentang pengertian faktor persekutuan dua bilangan?

Setelah menjawab beberapa pertanyaan dan membangun sendiri pengertian faktor persekutuan dua bilangan, Anda dapat mempelajari penjelasan tentang faktor persekutuan bilangan berikut ini. Hal tersebut penting karena dapat memperkuat pemahaman Anda tentang materi faktor persekutuan bilangan.

Definisi

Misal a dan b bilangan bulat positif. Bilangan bulat positif c adalah faktor persekutuan dari a dan b jika dan hanya jika c membagi a dan c membagi b .

Cara mencari faktor persekutuan dari dua bilangan atau lebih dapat dilakukan dengan menentukan faktor dari masing-masing bilangan kemudian diidentifikasi mana yang sama.

Contoh 2.4.

Tentukan faktor persekutuan dari 32 dan 60!

Penyelesaian:

Faktor-faktor dari 32 adalah **1, 2, 4, 8, 16, 32**

Faktor-faktor dari 66 adalah **1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60**.

Dengan demikian faktor-faktor persekutuan dari 32 dan 60 adalah 1, 2, dan 4.

Contoh 2.5.

Tentukan faktor persekutuan dari 24, 64, dan 56.

Penyelesaian:

Faktor-faktor dari 24 adalah **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**

Faktor-faktor dari 64 adalah **1, 2, 4, 8, 16, 32, 64**.

Faktor-faktor dari 56 adalah **1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56**.

Dengan demikian faktor-faktor persekutuan dari 24, 64, dan 56 adalah 1, 2, 4, dan 8.

3. Menentukan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

Seperti halnya mempelajari faktor persekutuan dari dua bilangan atau lebih, untuk mengingat kembali atau menguatkan pemahaman tentang Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dapat dilakukan dengan menyelesaikan masalah kontekstual di bawah ini secara berkelanjutan. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu menyelesaikan masalah dan memperkuat pemahaman tentang FPB.

- a. Selesaikanlah masalah 2.2 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

Masalah 2.2

Ibu membeli 30 potong kue bolu, 60 kue lapis dan 90 kue risoles. Kue-kue tersebut akan digunakan untuk acara pengajian dan disajikan dalam beberapa piring dengan sama banyak. Oleh karena itu, berapa piring yang diperlukan ibu?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

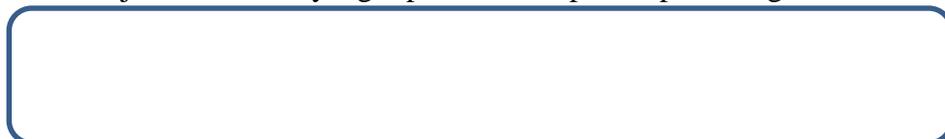


Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

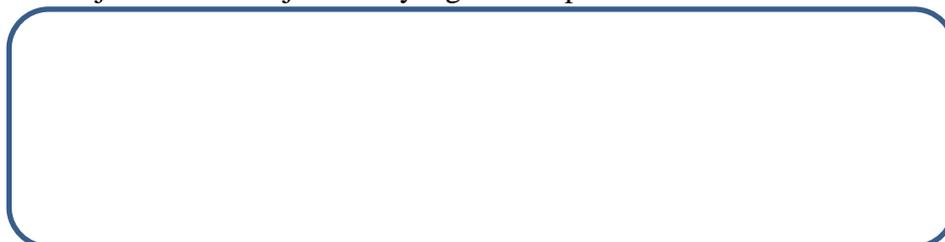


- 2) Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



- b. Setelah menyelesaikan masalah 2.2 di atas, apakah konsep FPB tepat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut? Mengapa demikian, jelaskan!

- c. Buatlah kesimpulan tentang pengertian FPB dan berikan contohnya.

Pada dasarnya ketika Anda menyelesaikan masalah 2.2 di atas, Anda telah menggunakan konsep FPB. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) merupakan faktor yang paling besar dari faktor persekutuan dua bilangan atau lebih. Untuk mencari FPB dari dua bilangan dapat dilakukan dengan menentukan faktor persekutuannya terlebih dahulu dan faktor persekutuan yang terbesar adalah FPB nya. Misalnya faktor persekutuan dari 24 dan 16 adalah 1, 2, 4, dan 8, maka FPB dari 24 dan 16 adalah 8.

Secara umum, jika bilangan bulat positif c adalah pembagi bilangan bulat positif a dan b , maka c disebut faktor persekutuan dari a dan b atau faktor persekutuan a dan b . Selanjutnya di antara faktor persekutuan dari dua bilangan bulat tersebut terdapat bilangan yang terbesar disebut sebagai Faktor Persekutuan Terbesar (FPB).

Definisi:

1. *For any two nonzero whole number a and b , the greatest common factor, written $GCF(a, b)$, is the greatest factor (divisor) of both a and b (Bennet & Nelson, 2004: 235).*
Misal a dan b adalah bilangan cacah selain nol, Faktor Persekutuan Terbesar ditulis FPB (a, b) adalah faktor terbesar yang membagi a dan b .
2. Misal a dan b adalah bilangan bulat, c adalah bilangan bulat positif. c adalah FPB (a, b) jika dan hanya jika $c|a$ dan $c|b$, serta bila d faktor persekutuan terbesar dari a dan b maka a dan $d|c$.
3. Misal a dan b adalah bilangan cacah, dimana $a, b \neq 0$. Bilangan bulat positif c adalah Faktor Persekutuan Terbesar atau FPB (a, b) jika dan hanya jika c adalah bilangan bulat positif terbesar yang dapat membagi oleh a dan b .

Terdapat beberapa cara yang dapat dilakukan untuk mencari FPB dari dua bilangan atau lebih, diantaranya adalah 1) mendaftar anggota, 2) faktorisasi prima, dan 3) menggunakan tabel pembagian.

Contoh 2.6

Tentukan FPB dari 24 dan 64 dengan menggunakan cara mendaftar, faktorisasi prima, menggunakan tabel pembagian.

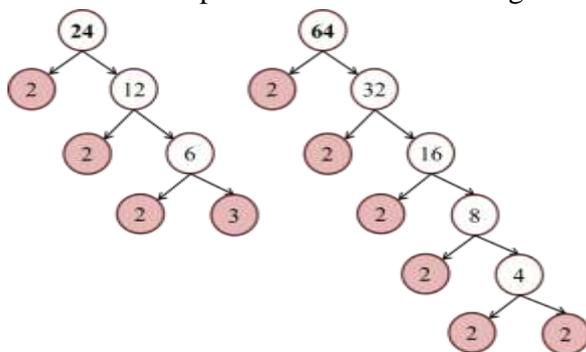
Penyelesaian:

Cara 1. Dengan cara mendaftar

- Mencari faktor persekutuan dari 24 dan 64 yaitu:
 Faktor-faktor dari 24 adalah **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**
 Faktor-faktor dari 64 adalah **1, 2, 4, 8, 16, 32, 64**.
 Oleh karena itu faktor persekutuan dari 24 dan 64 adalah 1, 2, 4, dan 8.
- Mencari FPB dari 24 dan 64
 Karena faktor persekutuan dari 24 dan 64 adalah 1, 2, 4, dan **8**, maka Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari 24 dan 64 adalah 8.

Cara 2. Dengan faktorisasi prima

- Mencari faktor prima dari 24 dan 64 dengan menggunakan pohon faktor.



Faktor prima dari 24 = $2^3 \cdot 3$
 Faktor prima dari 64 = 2^6

Pilih faktor prima yang sama dengan pangkat terkecil

- Dengan demikian FPB (24, 64) = $2^3 = 8$

Cara 3. Dengan menggunakan tabel perhitungan

Faktor persekutuan dari 24 dan 64 dapat dicari dengan menggunakan tabel perhitungan berikut ini:

2	24	64
2	12	32
2	6	16
2	3	8
2	3	4
2	3	2
2	3	1
3	1	1

Aturan dari cara menggunakan tabel perhitungan adalah:

1. Menulis bilangan-bilangan yang akan ditentukan FPB nya secara mendatar.
2. Mencari bilangan prima yang dapat membagi sebagian atau seluruh bilangan tersebut. Untuk mencari bilangan prima ini, sebaiknya pilih bilangan prima dari yang terkecil yaitu 2, 3, 5, dan seterusnya.
3. Apabila bilangan prima pembagi yang dipilih dapat membagi semua bilangan, lingkarilah bilangan prima tersebut. Tuliskan hasil baginya di baris bawah bilangan yang dibagi.
4. Apabila ada bilangan yang tidak habis dibagi oleh bilangan prima pembagi, tuliskan kembali bilangan tersebut di baris bawahnya.
5. Lakukan terus menerus hingga mendapatkan suatu baris yang hanya berisi bilangan 1.
6. FPB dari bilangan-bilangan yang dicari adalah perkalian semua bilangan prima pembagi yang dilingkari.

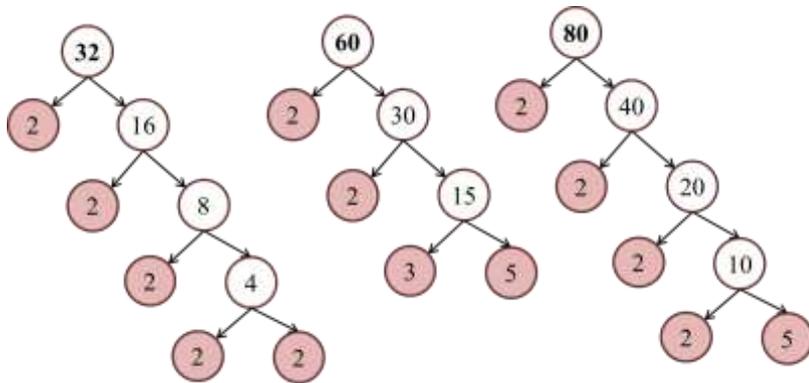
Pada tabel perhitungan di atas dapat dilihat bahwa ada tiga buah faktor prima yang dilingkari yaitu 2, sehingga $FPB(24, 64) = 2^3 = 8$

Contoh 2.7

Tentukan FPB (32, 60, 80) dengan menggunakan faktorisasi prima!

Penyelesaian:

Mencari faktor prima dari 32, 60, dan 80 dengan menggunakan pohon faktor.



Faktor prima dari $32 = 2^5$
 Faktor prima dari $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
 Faktor prima dari $80 = 2^4 \cdot 5$

Pilih faktor prima yang sama dengan pangkat terkecil

Dengan demikian $FPB(32, 60, 80) = 2^2 = 4$



Tugas Mandiri

- a. Selesaikanlah masalah berikut ini secara mandiri!
- b. Tentukan FPB dari bilangan-bilangan berikut ini!

1) FPB dari 252 dan 270

2) FPB dari 60, 80, dan 90

3) FPB dari 124 dan 146

4) FPB dari 35, 42, dan 54

4. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan FPB

Pada bagian sebelumnya telah dijelaskan bahwa banyak permasalahan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep Faktor Persekutuan Terbesar (FPB). Berikut ini diberikan beberapa contoh penerapan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dalam pemecahan masalah. Pemecahan masalah yang berkaitan dengan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) ini dilakukan dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah Polya.

Masalah 2.3

Dalam rangka memperingati hari pendidikan nasional, BEM Prodi PGMI IAIN Metro mengadakan bakti sosial yaitu membagikan paket alat tulis sekolah kepada anak-anak miskin yang ada di kecamatan Metro Timur. Semua dana yang terkumpul digunakan untuk membeli 90 lusin buku tulis, 30 lusin pensil, dan 45 lusin bolpoin.



Setiap anak miskin akan menerima satu paket alat tulis yang terdiri dari buku tulis, pensil, dan bolpoin dengan jumlah yang sama. Berapakah paling banyak jumlah anak miskin yang dapat menerimanya? Berapa banyaknya buku tulis, pensil, dan bolpoin yang dapat diterima oleh masing-masing anak?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Satu paket alat tulis yang terdiri dari buku tulis, pensil, dan bolpoin dengan jumlah yang sama.
- 90 lusin buku tulis = $90 \times 12 = 1080$ buah buku tulis
- 30 lusin pensil = $30 \times 12 = 360$ buah pensil
- 45 lusin bolpoin = $45 \times 12 = 540$ buah bolpoin

Ditanya:

- Kemungkinan terbanyak jumlah anak miskin yang dapat menerima paket alat tulis
- Jumlah buku tulis, pensil, dan bolpoin yang dapat diterima oleh masing-masing anak.

Langkah 2. Membuat rencana

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi operasi hitung dan menggunakan konsep FPB

Alasannya: FPB dapat digunakan untuk membantu menentukan kemungkinan terbanyak jumlah anak miskin yang dapat menerima paket alat tulis dengan jumlah yang sama secara cepat dan tepat.

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Tahapan penyelesaian:

- 1) Untuk menentukan kemungkinan terbanyak jumlah anak miskin yang dapat menerima paket alat tulis dengan jumlah yang sama adalah dengan mencari FPB (1080, 360, 540)
- 2) Mencari FPB (1080, 360, 540) dengan menggunakan faktorisasi prima melalui pohon faktor
- 3) Untuk mencari jumlah buku tulis, pensil, dan bolpoin yang dapat diterima oleh masing-masing anak miskin adalah

$$\text{- buku tulis} = \frac{1080}{FPB(1080,360,540)}$$

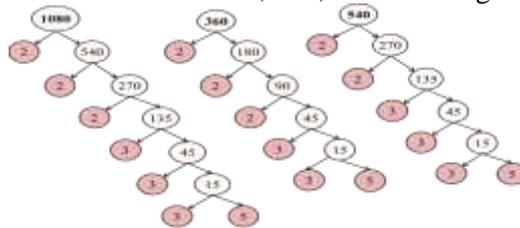
$$\text{- pensil} = \frac{360}{FPB(1080,360,540)}$$

$$\text{- bolpoin} = \frac{540}{FPB(1080,360,540)}$$

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- 1) Menentukan banyaknya anak miskin yang dapat menerima paket alat tulis
- Mencari FPB dari 1080, 360, dan 540 dengan faktorisasi prima yaitu:



Faktor prima dari 1080 = $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

Faktor prima dari 360 = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

Faktor prima dari 540 = $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

maka FPB dari 1080, 360, dan 540 = $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$.

- Karena FPB (1080, 360, 540) adalah 180, maka jumlah anak miskin yang dapat menerima paket alat tulis adalah 180 orang.
- 2) Menentukan banyaknya buku tulis, pensil, dan bolpoin dalam setiap paket.

Banyaknya buku tulis pada setiap paket adalah $\frac{1080}{180} = 6$

Banyaknya pensil pada setiap paket adalah $\frac{360}{180} = 2$

Banyaknya bolpoin pada setiap paket adalah $\frac{540}{180} = 3$

Jadi setiap anak akan menerima 6 buah buku tulis, 2 buah pensil, dan 3 buah bolpoin.

- b. Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

- 1) Jumlah anak miskin yang dapat menerima paket alat tulis adalah 180 orang
2) Jadi setiap anak akan menerima 6 buah buku tulis, 2 buah pensil, dan 3 buah bolpoin

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Karena setiap anak dapat menerima 6 buah buku tulis, 2 buah pensil, 3 buah bolpoin, dan jumlah anak miskin yang akan menerima paket sebanyak 180 orang. Selanjutnya jumlah keseluruhan buku tulis adalah $6 \times 180 = 1080 = 90$ lusin; jumlah pensil adalah $2 \times 180 = 360 = 30$ lusin, dan jumlah bolpoin adalah $3 \times 180 = 540 = 45$ lusin. (sesuai dengan informasi yang diketahui pada masalah).

Masalah 2.4

Pak Ali mempunyai sebuah kolam ikan yang dilengkapi dengan dua buah kran, yaitu kran besar dan kran kecil. Setelah dibersihkan, kolam tersebut diisi air. Jika



menggunakan kran kecil saja membutuhkan waktu 4 jam untuk mengisi penuh kolam tersebut. Jika menggunakan kran besar saja membutuhkan waktu 2 jam 40 menit agar kolam tersebut terisi penuh. Berapa menit yang dibutuhkan untuk memenuhi kolam tersebut jika menggunakan kedua kran tersebut secara bersama-sama? Jika pengisian kolam dimulai pada pukul 09.00 WIB, maka pada pukul berapa kolam tersebut selesai diisi?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Untuk mengisi penuh kolam, membutuhkan waktu 4 jam jika menggunakan kran kecil
- Untuk mengisi penuh kolam, membutuhkan waktu 2 jam 40 menit jika menggunakan kran besar.

Ditanya:

- Waktu yang dibutuhkan untuk mengisi kolam, jika menggunakan kedua kran bersama-sama.
- Pada pukul berapa kolam tersebut dapat terisi penuh jika dimulai pada pukul 09.00 WIB

Langkah 2. Membuat rencana

- Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi operasi hitung dan menggunakan konsep FPB

Alasannya: FPB dapat digunakan untuk membantu menentukan waktu yang dibutuhkan untuk mengisi kolam, jika menggunakan kedua kran bersama-sama cepat dan tepat.

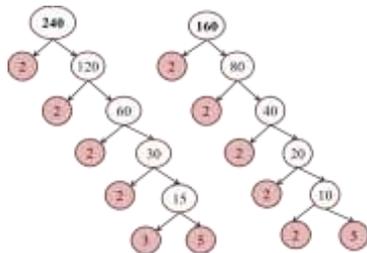
- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

- 1) Menyamakan satuan waktu, karena satuan waktu yang digunakan tidak sama, maka harus disamakan yaitu diubah ke satuan menit.
 - 4 jam = 240 menit
 - 2 jam 40 menit = 160 menit
- 2) Untuk menghitung waktu yang dibutuhkan dalam mengisi kolam jika menggunakan kedua kran bersama-sama dapat dilakukan dengan:
 - Mencari FPB (240, 160)
 - Hasil FPB (240, 160) digunakan untuk menghitung pukul berapa kolam tersebut dapat terisi penuh jika dimulai pada pukul 09.00 WIB.

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- 1) Menghitung waktu yang dibutuhkan dalam mengisi kolam jika menggunakan kedua kran bersama-sama
 - Mencari FPB (240, 160) dengan faktorisasi prima yaitu:



Dari pohon faktor di atas, diperoleh:

Faktor prima dari 240 adalah $2^4 \cdot 3 \cdot 5$

Faktor prima dari 160 adalah $2^5 \cdot 5$

FPB dari 240 dan 160 adalah $2^4 \times 5 = 80$

Jadi FPB (240, 160) = 80

- Menentukan waktu yang dibutuhkan untuk mengisi kolam. Karena FPB dari 240 dan 160 adalah 80, maka waktu yang dibutuhkan untuk mengisi kolam tersebut jika menggunakan kedua kran adalah 80 menit.
- 2) Karena pengisian kolam dimulai pada pukul 09.00 WIB, maka 80 menit kemudian adalah pukul 10.20 WIB. Jadi kolam tersebut akan terisi penuh pada pukul 10.20 WIB

b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

- 1) Waktu yang dibutuhkan untuk mengisi kolam tersebut jika menggunakan kedua kran adalah 80 menit
- 2) Kolam tersebut akan terisi penuh pada pukul 10.20 WIB

Langkah 4. Melihat kembali

a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Untuk memeriksa kebenaran jawaban di atas, dapat menggunakan perbandingan yaitu

$$\text{kran kecil} : \text{kran besar} = 240 : 180 = 3 : 2$$

Melalui perbandingan tersebut, menunjukkan bahwa:

- untuk kran kecil = $3 \times 80 = 240$ menit dan
- untuk kran besar = $2 \times 80 = 160$ menit (sesuai dengan informasi awal)

Diketahui pengisian kolam dimulai pukul 09.00, maka 80 menit selanjutnya adalah 10.20 WIB.

Masalah 2.5

Pada bulan Ramadhan pak Abidin akan membagikan bantuan kepada para tetangganya yang berupa 160 kg beras, 80 kg gula putih, 64 kemasan minyak goreng, dan 96 kaleng susu. Rencananya sembako tersebut akan diberikan kepada tetangga sebanyak mungkin, namun setiap tetangga akan mendapat bagian yang sama banyak. Berapa banyak tetangga Pak Abidin yang dapat menerima bantuan tersebut? Selanjutnya berapa banyak beras, gula pasir, minyak goreng, dan mie instan yang diterima masing-masing tetangga?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.

- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Bantuan yang akan dibagi adalah 160 kg beras, 80 kg gula putih, 64 kemasan minyak goreng, dan 96 kaleng susu.
- Setiap tetangga dapat menerima bantuan yang sama besarnya.

Ditanya:

- Jumlah tetangga yang mendapat bantuan.
- Banyaknya beras, gula pasir, minyak goreng, dan mie instan yang diterima masing-masing tetangga.

Langkah 2. Membuat rencana

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi operasi hitung dan menggunakan konsep FPB

Alasannya: FPB dapat digunakan untuk membantu menentukan kemungkinan terbesar jumlah tetangga yang dapat menerima bantuan dengan jumlah yang sama secara cepat dan tepat.

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Tahapan penyelesaian:

- 1) Menghitung jumlah tetangga yang dapat menerima bantuan dapat dilakukan dengan mencari FPB (160, 80, 64, 96)
- 2) Mencari FPB (160, 80, 64, 96) dengan menggunakan faktorisasi prima melalui pohon faktor
- 3) Menghitung banyaknya beras, gula pasir, minyak goreng, dan mie instan yang diterima masing-masing tetangga dengan cara membagi :

$$\text{- Banyaknya beras yang diterima} = \frac{160}{FPB(160,80,64,96)}$$

$$\text{- Banyaknya gula pasir yang diterima} = \frac{80}{FPB(160,80,64,96)}$$

$$\text{- Banyaknya minyak goreng yang diterima} = \frac{64}{FPB(160,80,64,96)}$$

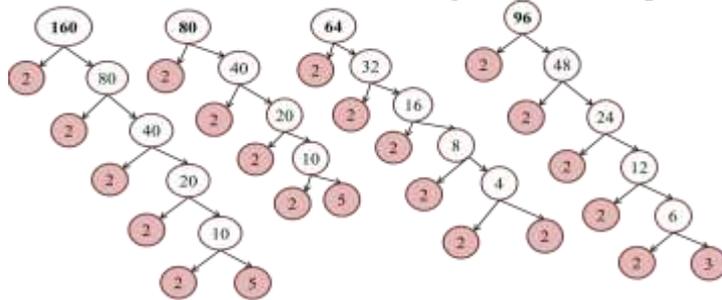
$$\text{- Banyaknya susu yang diterima} = \frac{96}{FPB(160,80,64,96)}$$

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- 1) Menghitung jumlah tetangga yang dapat menerima bantuan dengan mencari FPB (160, 80, 64, 96)

- Mencari FPB (160, 80, 64, 96) dengan faktorisasi prima yaitu:



Melalui pohon faktor di atas, dapat diperoleh bahwa:

Faktor prima dari 160 adalah $2^5 \times 5$

Faktor prima dari 80 adalah $2^4 \times 5$

Faktor prima dari 64 adalah 2^6

Faktor prima dari 96 adalah $2^5 \times 3$

Jadi FPB dari 160, 80, 64, dan 96 adalah $2^4 = 16$

- Menentukan jumlah tetangga untuk mendapat bantuan
Karena FPB dari 160, 80, 64, dan 96 adalah 16, maka jumlah tetangga yang bisa mendapat bantuan ada 16 orang.

- 2) Bantuan yang diterima setiap tetangga adalah

$$\text{Beras} = \frac{160}{16} = 10 \text{ kg}$$

$$\text{Gula pasir} = \frac{80}{16} = 5 \text{ kg}$$

$$\text{Minyak goreng} = \frac{64}{16} = 4 \text{ kemasan}$$

$$\text{Susu} = \frac{96}{16} = 6 \text{ kaleng}$$

Jadi setiap tetangga dapat menerima 10 kg beras, 5 kg gula pasir, 4 kemasan minyak goreng, dan 6 buah kaleng susu.

- b. Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

- 1) Jumlah tetangga yang bisa mendapat bantuan sebanyak 16 orang
2) Setiap tetangga dapat menerima 10 kg beras, 5 kg gula pasir, 4 kemasan minyak goreng, dan 6 buah kaleng susu

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Untuk memeriksa kebenaran jawaban di atas dapat dilakukan dengan menghitung mundur. Setelah dihitung terdapat 16 tetangga yang dapat menerima bantuan. Sedangkan setiap bantuan berisi 10 kg beras, 5 kg gula pasir, 4 kemasan minyak goreng, dan 6 buah kaleng susu. Sehingga semua bantuan yang diberikan adalah

- Beras sebanyak $10 \times 16 = 160$ kg
- Gula pasir sebanyak $5 \times 16 = 80$ kg
- Minyak goreng sebanyak $4 \times 16 = 64$ kemasan
- Susu sebanyak $6 \times 16 = 96$ buah
(sesuai dengan informasi awal pada masalah)



Langkah-langkah Kegiatan

- a. Selesaikanlah masalah berikut ini secara mandiri!
b. Gunakan empat langkah pemecahan masalah (Polya) dalam menyelesaikan masalah!
c. Jawablah setiap pertanyaan sesuai dengan petunjuk yang diberikan!

Masalah 2.6

Untuk mempersiapkan acara pesta ulang tahun, Safira membeli 45 balon warna kuning, 54 balon warna biru, dan 72 balon warna merah. Balon-balon tersebut akan dikelompokkan dengan jumlah dan perpaduan warna sama banyak. Berapa banyak balon merah untuk setiap kelompok?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.

- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sampai mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- b. Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



Masalah 2.7

Dalam rangka menghadapi tes formatif, Agus banyak berlatih mengerjakan soal-soal matematika. Pada saat mengerjakan soal-soal tentang FPB dua bilangan, Agus mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal tersebut. Adapun soal yang dimaksud adalah



“FPB dari pasangan bilangan p dan q adalah q . Buatlah suatu kesimpulan dari pernyataan tersebut!”. Tolong bantulah Agus untuk menyelesaikan soal tersebut!

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

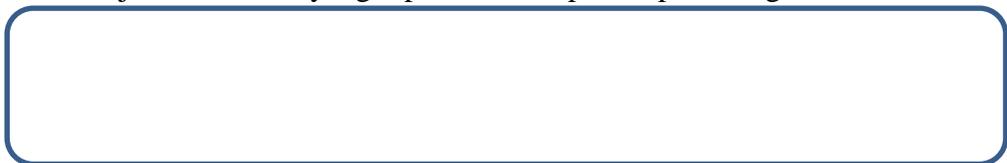


Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- b. Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



C. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

Dalam mempelajari Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK), terdapat materi prasyarat harus dikuasai mahasiswa yaitu kelipatan suatu bilangan, dan kelipatan persekutuan bilangan. Setelah itu mahasiswa dapat menentukan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK). Pemahaman tentang Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dapat membantu menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan KPK.

1. Kelipatan Suatu Bilangan

Masih ingatkah Anda tentang kelipatan suatu bilangan? Apa yang dimaksud dengan kelipatan suatu bilangan? Untuk mengingat kembali dan agar tidak cepat lupa tentang kelipatan suatu bilangan, Anda dapat membangun sendiri pengertian kelipatan suatu bilangan melalui kegiatan di bawah ini.

Baca dan pahami ilustrasi di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu memperkuat pemahaman tentang kelipatan suatu bilangan, kelipatan persekutuan, dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK).

- a. Selesaikanlah masalah 2.8 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

Masalah 2.8

Fandi dan Novi adalah mahasiswa prodi PGMI IAIN Metro. Sesuai jadwal yang telah disepakati dengan pembimbing akademik bahwa Fandi memiliki jadwal bimbingan akademik setiap 5 hari sekali dan Novi memiliki jadwal bimbingan akademik setiap 6 hari sekali. Jika tanggal 1 Maret mereka bertemu bersama untuk bimbingan akademik, maka pada tanggal berapa mereka akan bertemu kembali untuk bimbingan selanjutnya?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

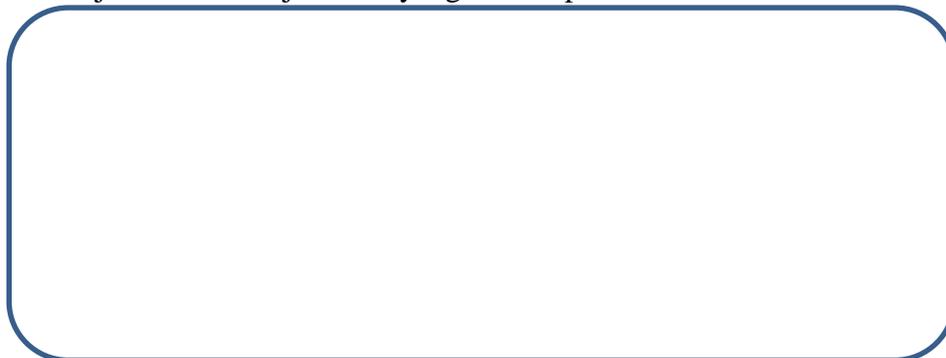


- 2) Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



- b. Amati proses penyelesaian masalah 2.8 di atas! Salah satu cara yang dapat digunakan untuk membantu menyelesaikan masalah tersebut adalah terlebih dahulu mencari kelipatan 5 dan kelipatan 6.

Kita ambil contoh kelipatan 5 yaitu 5, 10, 15, 20, 25, 30,...

Angka 5, 10, 15, 20, 25, 30 adalah kelipatan dari 5.

- 1) Apakah kelipatan suatu bilangan itu dapat dicari dengan cara menggunakan operasi penjumlahan berulang? Beri contohnya!

- 2) Apakah kelipatan suatu bilangan itu dapat dicari dengan cara menggunakan operasi perkalian? Beri contohnya!

- c. Berdasarkan uraian di atas, kesimpulan apa yang dapat Anda buat tentang pengertian kelipatan suatu bilangan?

Setelah menyelesaikan masalah di atas dan membuat kesimpulan tentang kelipatan suatu bilangan, menunjukkan bahwa Anda telah mengontruksi sendiri pengetahuan tentang kelipatan suatu bilangan. Hal tersebut merupakan pengalaman yang sangat baik bagi Anda yang sedang mempelajari materi kelipatan suatu bilangan. Selanjutnya, untuk menguatkan kembali pemahaman Anda tentang kelipatan suatu bilangan, pelajari uraian dibawah ini.

Kelipatan suatu bilangan adalah hasil perkalian bilangan tersebut dengan bilangan asli. Selain itu, kelipatan suatu bilangan merupakan bilangan-bilangan hasil penjumlahan dengan bilangan yang sama secara terus-menerus. Dalam

memahami konsep kelipatan suatu bilangan dapat dijelaskan pada gambar berikut ini.



Gambar 3. 1. Perkalian 6×2

Jika kita melompat dua-dua sebanyak enam kali dari 0, maka akan sampai ke 12. Hal ini dapat dinyatakan dengan $12 = 6 \times 2$. Oleh karena itu, 12 merupakan kelipatan dari 2.

Demikian juga, dari 0 dapat dilakukan lompatan dua-dua sebanyak 10 kali akan sampai ke 20. Jadi, 20 dapat dituliskan menjadi $20 = 10 \times 2$, yang berarti 20 merupakan kelipatan 2. Sementara itu, 10 juga merupakan kelipatan 2 sebab dari 0 dapat dilakukan lompatan dua-dua sebanyak lima kali untuk sampai di 10, yang berarti $10 = 5 \times 2$. Ilustrasi ini menunjukkan bahwa kelipatan dari 2 tidak tunggal, melainkan sangat banyak dan tak terbatas.

Definisi.

Bilangan asli c disebut kelipatan dari bilangan asli a , jika a membagi habis c (Karso, 2011: 5.6)

Contoh 2.8.

- 1) 25 adalah kelipatan 5 sebab $25 : 5 = 5$
(Jadi 25 habis dibagi 5).
- 2) 60 adalah kelipatan dari 10 sebab $60 : 10 = 6$
(Jadi 60 habis dibagis 10).

Contoh 2.9

Tentukan kelipatan 4!

Jawaban:

Kelipatan 4 adalah 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...

2. Kelipatan Persekutuan Dua Bilangan atau Lebih

Perhatikan kembali penyelesaian masalah 2.8. Ketika menyelesaikan masalah tersebut, salah satunya caranya adalah menggunakan kelipatan persekutuan dua bilangan yaitu kelipatan persekutuan dari 5 dan 6. Diketahui bahwa:

- Kelipatan 5 adalah 5, 10, 15, 20, 25, **30**, 35, 40, 45, 50, 55, **60**, 65, 70, ...
- Kelipatan 6 adalah 6, 12, 18, 24, **30**, 36, 42, 48, 54, **60**, 66, ...

Dengan demikian kelipatan persekutuan dari 5 dan 6 adalah 30, 60, ...

- 1) Berdasarkan uraian tersebut, kesimpulan apa yang dapat Anda buat tentang pengertian kelipatan persekutuan dua bilangan!

- 2) Buatlah contoh kelipatan persekutuan dua bilangan!

Setelah Anda membuat sendiri pengertian kelipatan dua bilangan, selanjutnya Anda mempelajari penjelasan tentang kelipatan persekutuan bilangan. Kelipatan persekutuan adalah kelipatan dari suatu bilangan yang sama dengan kelipatan bilangan lainnya. Adapun langkah-langkah menentukan kelipatan persekutuan dari dua bilangan adalah:

- a. Menentukan kelipatan bilangan yang pertama secara berurutan mulai dari kelipatan yang paling kecil ke kelipatan yang lebih besar. Dengan cara yang sama, tentukan kelipatan bilangan yang kedua.
- b. Memilih bilangan yang sama dari dua kelompok kelipatan bilangan pertama dan kedua, kemudian urutkan dari yang paling kecil ke kelipatan yang lebih besar.

Contoh 2.10

Tentukan kelipatan persekutuan dari bilangan 6 dan 8.

Jawaban:

Kelipatan dari 6 = 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, 54, 60, 68, **74**, ...

Kelipatan dari 8 = 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, **74**,

Jadi, kelipatan persekutuan dari 6 dan 9 adalah 24, 48, 74 ,

Contoh 2.11

Tentukan kelipatan persekutuan dari bilangan 3, 4, dan 6!

Jawaban:

Kelipatan dari 3 adalah 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, ...

Kelipatan dari 4 adalah 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40, ...

Kelipatan dari 6 adalah 6, **12**, 18, **24**, 30, 36, 42, 48, 54,

Jadi, kelipatan persekutuan dari 3, 4, dan 6 adalah 12, 24,

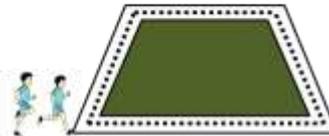
3. Menentukan Faktor Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

Penentuan kelipatan suatu bilangan dan kelipatan persekutuan dua bilangan merupakan langkah awal untuk mencari Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK). Untuk mengingat kembali atau menguatkan pemahaman tentang Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dapat dilakukan dengan menyelesaikan masalah kontekstual di bawah ini secara berkelanjutan. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu menyelesaikan masalah dan memperkuat pemahaman tentang KPK.

- a. Selesaikanlah masalah 2.9 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

Masalah 2.9

Pada kegiatan olahraga di sekolah, Reyhan dan Fikri berlatih berlari mengelilingi halaman sekolah. Reyhan mengelilingi halaman 1 kali dalam waktu 2 menit, sedangkan Fikri mengelilingi halaman 1 kali dalam waktu 3 menit.



Jika mereka melakukan *start* bersama-sama, pada menit ke berapa Reyhan dapat melewati Fikri untuk kedua kalinya?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut, dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

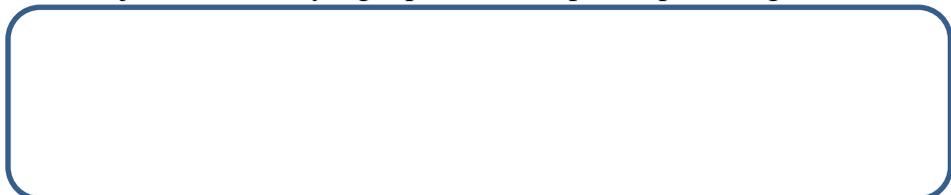


Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- 2) Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

- b. Setelah menyelesaikan masalah 2.9 di atas, apakah konsep KPK tepat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut? Mengapa demikian, jelaskan!

- c. Jika konsep KPK tepat digunakan menyelesaikan masalah 2.9 di atas, maka jelaskan proses atau cara menentukan KPK dua bilangan! Misalnya KPK dari 3 dan 4.

- d. Buatlah kesimpulan tentang pengertian KPK dan berikan contohnya.

Secara umum, jika bilangan bulat positif d adalah kelipatan bilangan bulat positif a dan b , maka d disebut kelipatan persekutuan dari a dan b . Selanjutnya di antara kelipatan persekutuan dari dua bilangan bulat tersebut terdapat bilangan yang terkecil disebut sebagai Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK).

Definisi

1. For any two nonzero whole numbers a and b , the least common multiple, written $LCM(a, b)$, is the smallest multiple of both a and b (Bennet & Nelson, 2004: 238).

Untuk a dan b bilangan cacah selain nol. Kelipatan Persekutuan Terkecil ditulis $KPK(a, b)$ adalah kelipatan terkecil dari a dan b .

2. Misal a dan b adalah bilangan cacah, dimana $a, b \neq 0$. Bilangan bulat positif d adalah Kelipatan Persekutuan Terkecil $KPK(a, b)$ jika dan hanya jika d adalah bilangan bulat positif terkecil yang dapat dibagi oleh a dan b .

Terdapat beberapa cara dalam menentukan KPK dua bilangan atau lebih, diantaranya adalah dengan cara mendaftar, faktorisasi prima, dan menggunakan tabel pembagian.

Cara 1. Menentukan KPK dengan cara mendaftar kelipatannya.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut:

- a. Tuliskan kelipatan dari masing-masing bilangan yang ingin di cari
- b. Tuliskan kelipatan persekutuan dari bilangan-bilangan tersebut
- c. Pilihlah angka terkecil dari kelipatan persekutuan bilangan-bilangan tersebut, angka terkecil itulah yang merupakan KPK

Contoh 2.12

Tentukan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari 8 dan 12!

Jawaban:

Kelipatan 8 adalah 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 74, ...

Kelipatan 12 adalah 12, **24**, 36, **48**, 60, ...

Kelipatan persekutuan 8 dan 12 adalah **24**, 48, ...

Jadi KPK dari 8 dan 12 adalah 24.

Cara 2. Menentukan KPK dengan faktorisasi prima

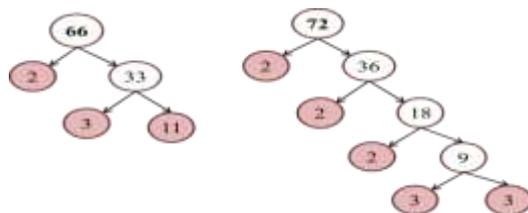
Adapun langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut:

- a. Menulis faktorisasi prima dari bilangan-bilangan yang akan dicari.
- b. Memilih semua bilangan faktor prima tersebut, jika ada yang sama maka pangkat tertinggi atau perkalian berulang yang terbanyak dari faktorisasi prima tersebut yang dituliskan.
- c. KPK dapat dicari dengan mengalikan faktor yang telah dipilih tersebut.

Contoh 2.13

Tentukan kelipatan persekutuan terkecil dari 66 dan 72 dengan menggunakan faktorisasi prima!

Jawaban:



Melalui pohon faktor di atas, diperoleh

Faktor-faktor prima dari $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

Faktor-faktor prima dari $72 = 2^3 \cdot 3^2$

Jadi KPK dari 66 dan 72 adalah $2^2 \times 3^2 \times 11 = 792$.

Pilih faktor prima yang berbeda dengan pangkat terbesar

Cara 3. Menentukan KPK dengan menggunakan tabel pembagian.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut:

- Menulis bilangan-bilangan yang akan ditentukan FPB nya secara mendatar.
- Mencari bilangan prima yang dapat membagi sebagian atau seluruh bilangan tersebut. Untuk mencari bilangan prima ini, sebaiknya pilih bilangan prima dari yang terkecil yaitu 2, 3, 5, dan seterusnya.
- Tuliskan hasil baginya di baris bawah bilangan yang dibagi.
- Apabila ada bilangan yang tidak habis dibagi oleh bilangan prima pembagi, tuliskan kembali bilangan tersebut di baris bawahnya.
- Lakukan terus menerus hingga mendapatkan suatu baris yang hanya berisi bilangan 1.
- KPK dari bilangan-bilangan yang dicari adalah perkalian semua bilangan prima pembagi.

Contoh 1.14

Tentukan kelipatan persekutuan terkecil dari 10 dan 12 dengan menggunakan tabel pembagian!

Jawaban:

Mencari faktor prima dari 10 dan 12 dengan menggunakan tabel pembagian sebagai berikut.

	10	12
2	5	6
2	5	3
3	5	1
5	1	1

KPK dari 10 dan 12 adalah $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

Teorema

For positive integers a and b ,

$$LCM(a, b) = \frac{a \times b}{GCF(a, b)}$$

and when $GCF(a, b) = 1$,

$$LCM(a, b) = a \times b$$

(Bennet & Nelson, 2004: 240).

Contoh 1.15

Tentukan KPK (17, 20)!

Jawaban:

Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk mencari KPK (17, 20) adalah dengan mencari FPB (17, 20) terlebih dahulu. Kita perhatikan bahwa $FPB(17, 20) = 1$. Karena $FPB(17, 20) = 1$, maka $KPK(17, 20) = 17 \times 20 = 340$.



Tugas Mandiri

- a. Selesaikanlah masalah berikut ini secara mandiri!
- b. Tentukan KPK dari bilangan-bilangan berikut ini!

1) KPK dari 252 dan 270

2) FPB dari 60, 80, dan 90

3) FPB dari 124 dan 146

4) KPK dari 35, 42, dan 54

4. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan KPK

Selain banyak permasalahan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK). Berikut ini diberikan beberapa contoh penerapan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dalam pemecahan masalah. Pemecahan masalah yang berkaitan dengan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) ini dilakukan dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah Polya.

Masalah 2.10

Seorang arsitek memperkirakan bahwa pembangunan gedung Perpustakaan MI Nurul Huda akan selesai dalam 125 hari kemudian. Jika pembangunan dimulai pada hari Jum'at, pada hari apakah gedung perpustakaan tersebut selesai dibangun?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Pembangunan gedung perpustakaan akan selesai dalam 125 hari kemudian
- Pembangunan dimulai pada hari Jum'at

Ditanya: Hari selesainya pembangunan gedung perpustakaan.

Langkah 2. Membuat rencana

- Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi penalaran dan menggunakan konsep kelipatan bilangan.

Alasannya:

- Untuk mencari hari selesainya pembangunan gedung perpustakaan adalah dengan melihat hari pertama pembangunan kemudian mencari kelipatannya sampai 125 hari kemudian.
- Kelipatan suatu bilangan dapat digunakan untuk membantu mencari kelipatan suatu bilangan tersebut secara cepat dan tepat.

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

- Menulis hari dimulainya pembangunan yaitu hari jum'at. Satu minggu ada 7 hari
- Menghitung kelipatan 7 sampai 125

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- Hari yang sama akan berulang dalam 1 minggu. Kita tahu bahwa 1 minggu = 7 hari.
Jika hari dimulainya pembangunan adalah hari jum'at, maka 7 hari kemudian adalah hari jum'at.
- Selesai pembangunan 125 hari kemudian. Untuk itu, kita dapat mencari kelipatan 7 sampai hari ke 125.
- Salah satu cara untuk mencari kelipatan bilangan adalah dengan membagi bilangan tersebut. Dalam hal ini 125 hari dibagi 7 adalah 17 sisa 6. Oleh karena itu hari selesai = hari jum'at ditambah 6 hari kemudian yaitu hari kamis.
- Jadi hari selesainya pembangunan perpustakaan MI Nurul Huda adalah hari kamis.

- c. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Hari selesainya pembangunan perpustakaan MI Nurul Huda adalah hari kamis

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Bilangan kelipatan 7 yang lebih kecil dari 125 adalah 119. Hari ke-119 kemudian adalah hari jum'at. sehingga hari ke 125 kemudian adalah hari kamis
(sesuai dengan jawaban).

Masalah 2.11

Pak Ardi berencana mengunjungi teman lamanya yang memiliki beberapa anak asuh dirumahnya. Ia ingin membeli buah jeruk yang akan dibagikan secara merata kepada anak-anak asuh tersebut. Namun pak Ardi agak lupa berapa jumlah anak asuh tersebut, kemungkinan 12 anak, 15 anak, atau 20 anak. Berapakah paling sedikit jumlah jeruk yang harus dibeli agar dapat dibagi secara merata dengan tidak ada jeruk yang tersisa?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Perkiraan banyaknya anak asuh 12 anak, 15 anak, atau 20 anak.
- Semua anak asuh akan dibagi jeruk secara merata dengan tidak ada jeruk yang tersisa.

Ditanya: Jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli agar dapat dibagi secara merata dengan tidak ada jeruk yang tersisa

Langkah 2. Membuat rencana

- Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi operasi hitung dan menggunakan konsep KPK.

Alasannya: KPK dapat digunakan untuk membantu menentukan jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli agar dapat dibagi secara merata dengan tidak ada jeruk yang tersisa secara cepat dan tepat.

- Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

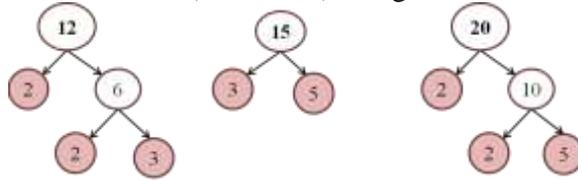
- Untuk menentukan jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli agar dapat dibagi secara merata dengan tidak ada jeruk yang tersisa adalah dengan mencari KPK (12, 15, 20)
- Mencari KPK (12, 15, 20) dengan menggunakan faktorisasi prima melalui pohon faktor

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

Menentukan jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli agar dapat dibagi secara merata dengan tidak ada jeruk yang tersisa.

- Mencari KPK (12, 15, 20) dengan faktorisasi prima yaitu:



Melalui pohon faktor di atas diperoleh:

Faktor prima dari 12 adalah $2^2 \cdot 3$

Faktor prima dari 15 adalah $3 \cdot 5$

Faktor prima dari 20 adalah $2^2 \cdot 5$

maka KPK dari (12, 15, 20) adalah $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

- Menentukan jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli.
Karena KPK dari 12, 15, dan 20 adalah 60, maka jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli Pak Ardi adalah 60 buah.

- b. Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli Pak Ardi adalah 60 buah

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Untuk memeriksa jawaban di atas dapat dilakukan dengan membagi KPK (12, 15, 20) dengan kemungkinan jumlah anak asuh, yaitu:

- Jika jumlah anak asuh ada 12, maka setiap anak dapat menerima $\frac{60}{12} = 5$ buah
- Jika jumlah anak asuh ada 15, maka setiap anak dapat menerima $\frac{60}{15} = 4$ buah
- Jika jumlah anak asuh ada 20, maka setiap anak dapat menerima $\frac{60}{20} = 3$ buah

Jadi jumlah jeruk paling sedikit yang harus dibeli pak Ardi adalah 60 buah agar dapat dibagi secara merata dengan tidak ada jeruk yang tersisa.

Masalah 2.12

Zidan dan kawan-kawan sedang merangkai lampu hias yang akan dipasang di depan Mushola. Lampu yang berwarna merah menyala setiap detik, Lampu biru menyala setiap 20 detik, lampu kuning menyala setiap 10 detik, dan lampu hijau menyala setiap 15 detik. Setiap berapa detik keempat lampu tersebut menyala bersama-sama?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Lampu merah menyala setiap 6 detik
- Lampu biru menyala setiap 20 detik
- Lampu kuning menyala setiap 10 detik
- Lampu hijau menyala setiap 15 detik

Ditanya: Setiap berapa detik keempat lampu tersebut menyala bersama-sama?

Langkah 2. Membuat rencana

- Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah strategi operasi hitung dan menggunakan konsep KPK.

Alasannya: koksp KPK dapat membantu mencari setiap berapa detik keempat lampu tersebut menyala bersama-sama.

- Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

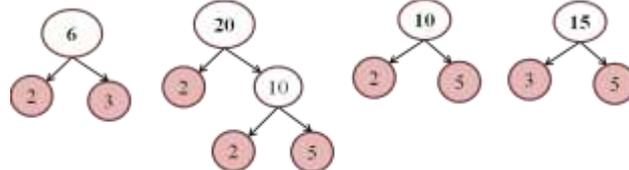
Caranya adalah:

- Mencari KPK (6, 20, 10, 15) dengan faktorisasi prima
- Menentukan waktu keempat lampu menyala bersama-sama

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- Mencari KPK (6, 20, 10, 15) dengan faktorisasi prima yaitu:



Melalui pohon faktor di atas, diperoleh:

Faktor prima dari 6 adalah 2×3

Faktor prima dari 20 adalah $2^2 \times 5$

Faktor prima dari 10 adalah 2×5

Faktor prima dari 15 adalah 3×5

Maka KPK dari 6, 20, 10, dan 15 adalah $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

- Menentukan waktu keempat lampu menyala bersama-sama
Karena KPK dari 6, 20, 10, dan 15 adalah 60, maka keempat lampu tersebut menyala bersama-sama setiap 60 detik atau setiap 1 menit.

- c. Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Setiap 60 detik keempat lampu tersebut menyala bersama-sama

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Untuk memeriksa jawaban di atas dapat menggunakan daftar kelipatan 6, 20, 10, dan 15 yaitu:

Lampu Merah	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102
Lampu Biru	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340
Lampu Kuning	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
Lampu Hijau	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255

Pada tabel di atas dapat dilihat bahwa keempat lampu akan menyala bersama pada detik ke-60, ke-120, dan seterusnya.

Jadi benar bahwa setiap 60 detik keempat lampu tersebut menyala bersama-sama



Ayo Diskusi

Langkah-langkah Kegiatan

- Selesaikanlah masalah berikut ini secara mandiri!
- Gunakan langkah-langkah pemecahan masalah (Polya) dalam menyelesaikan masalah di bawah ini!
- Jawablah setiap pertanyaan sesuai dengan petunjuk yang diberikan!

Masalah 2.13

Fikri memainkan bedug setiap 5 menit sekali dan Rayhan memainkan seruling setiap 6 menit sekali. Pada pukul 08.00 WIB keduanya memainkan alat secara bersama-sama. Pada pukul berapa saja keduanya memainkan alat secara bersamaan, jika mereka bermain sampai pukul 08.30 WIB?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

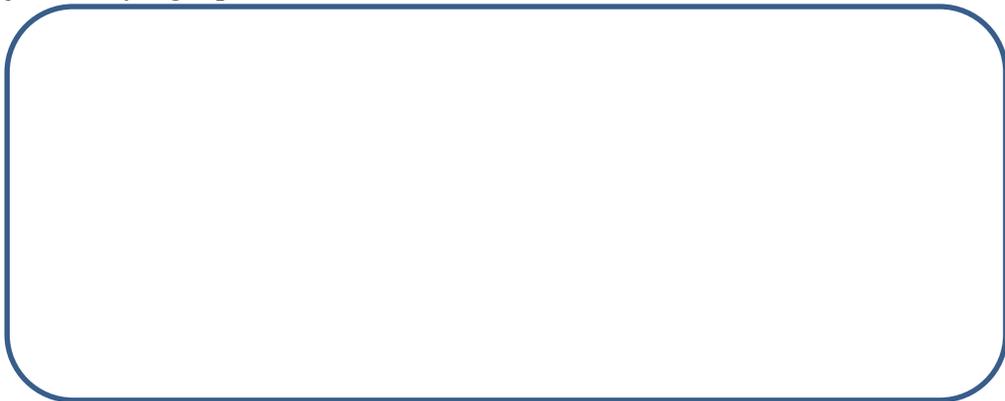
- Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

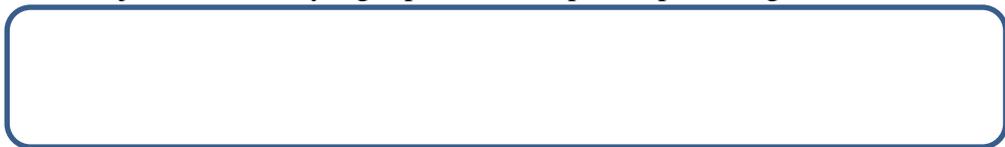


Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaiannya sampai mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



Masalah 2.14

Dalam rangka mempersiapkan kegiatan kamping, kelompok Faza yang berjumlah 5 orang membeli persediaan makanan untuk 8 hari dengan ketentuan bahwa setiap orang mendapatkan kebutuhan harian yang sama. Dalam perjalanan, ternyata ada 3 orang lagi bergabung mengikuti kamping, tetapi tidak ada pembelian persediaan makanan tambahan. Berapa lamakah persediaan makanan itu akan habis jika kebutuhan harian setiap orang tidak bertambah?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

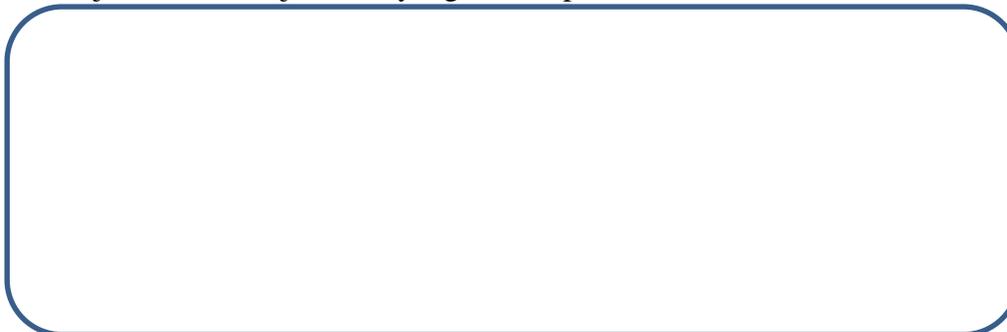


- b. Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.





Menjawab pertanyaan

Buatlah masing-masing satu contoh penerapan FPB dan KPK dalam menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari! Kemudian jelaskan proses penyelesaian masalah tersebut dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah (Polya)



Bertanya

Setelah mempelajari materi FPB dan KPK, buatlah dua pertanyaan yang berkaitan dengan materi tersebut agar memperoleh pemahaman yang jelas!

D. Rangkuman

1. Faktor suatu bilangan adalah suatu bilangan yang dapat membagi habis bilangan tersebut.
2. Jika a dan b adalah bilangan cacah dan $a \neq 0$, maka a adalah faktor dari b jika dan hanya jika ada bilangan cacah c sedemikian hingga $ac = b$. Kita dapat menyebutkan bahwa a membagi b atau b adalah kelipatan a .
3. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari dua bilangan bulat positif a dan b adalah bilangan bulat positif c sedemikian sehingga $c|a$ dan $c|b$. Definisi lain FPB dari dua bilangan bulat positif adalah bilangan bulat terbesar yang membagi keduanya. Biasanya ditulis dengan $c = FPB(a, b)$
4. Kelipatan suatu bilangan adalah hasil perkalian bilangan tersebut dengan bilangan asli.
5. Bilangan bulat positif d adalah Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dua bilangan positif a dan b jika dan hanya jika d adalah bilangan bulat positif terkecil yang dapat dibagi oleh a dan b . Biasanya ditulis dengan $d = KPK(a, b)$

E. Tes Formatif 2

1. Remaja Masjid (Remas) kelurahan Iringmulyo mengadakan perlombaan gerak jalan sejauh 20 km. Kegiatan tersebut dilakukan dalam rangka memperingati HUT kemerdekaan Indonesia. Peserta dibagi menjadi 2 tim. Tim A beristirahat setiap 3 km dan Tim B beristirahat setiap 4 km. Pada km berapakah kedua tim tersebut beristirahat di tempat yang sama, jika mereka diberangkatkan secara bersamaan?
2. Diketahui umur Zaki kurang dari 60 tahun. Saat ini umurnya merupakan kelipatan 7 dan dua tahun ke depan umurnya merupakan kelipatan 5. Berapakah umur Zaki sekarang?
3. Empat orang satpam mendapat giliran jaga pada malam hari. Satpam pertama mendapat giliran tiap 3 hari sekali. Satpam kedua setiap 4 hari sekali, satpam ketiga 5 hari sesekali, sedangkan satpam keempat setiap 6 hari sekali. Jika tanggal 1 Maret 2018, untuk pertama kali semua bertugas bersama-sama, tentukan pada tanggal berapa mereka akan bertugas bersama-sama untuk kedua kalinya!
4. Warga desa Banjarrejo mengadakan kerja bakti dengan memasang lampu hias di sepanjang jalan desa. Kegiatan tersebut dilakukan untuk memeriahkan HUT RI. Reza dan teman-temannya mendapat tugas menghias mushala dengan merangkai

lampu berwarna merah, kuning dan hijau. Terdapat persediaan lampu merah, kuning, dan hijau masing-masing sebanyak 108, 72, dan 66 buah. Ketiga lampu tersebut ingin dirangkai menjadi beberapa rangkaian yang memuat lampu merah, kuning, dan hijau dengan jumlah sama banyak. Berapakah paling banyak rangkaian lampu yang dapat dibuat? Tentukan pula banyaknya lampu merah, kuning, dan hijau dalam setiap rangkaian lampu tersebut?

5. Dosen dan mahasiswa PGMI akan melaksanakan kegiatan pengabdian masyarakat selama 100 hari. Jika kegiatan tersebut dimulai hari minggu tanggal 8 Juli 2018, pada hari apa kegiatan tersebut berakhir?
6. Arif dan Beni merupakan mahasiswa tingkat akhir yang kuliah sambil bekerja. Mereka bekerja di sebuah toko yang sama. Arif diberi libur kerja setiap 5 hari sekali sedangkan Beni mendapatkan libur kerja setiap 7 hari sekali. Jika pada tanggal 30 Agustus mereka libur bersama untuk pertama kalinya, pada tanggal berapakah mereka akan libur bersama untuk kedua kalinya?
7. Fitri memiliki pita berwarna merah sepanjang 72 meter, pita hijau 54 meter, dan pita kuning 36 meter. Ketiga pita tersebut akan digunakan untuk menghias kotak kado sebanyak-banyaknya dengan panjang dan warna yang sama tiap kotaknya. Berapa jumlah kotak kado terbanyak yang dapat dihias? Selanjutnya berapa panjang pita merah, hijau, dan kuning yang dibutuhkan untuk setiap kotak kado?
8. Rani banyak berlatih menyelesaikan berbagai soal matematika, karena akan menghadapi ujian semester. Ketika menyelesaikan suatu soal tertentu, dia berhenti lama dan kesulitan untuk menyelesaikannya. Adapun soal yang dimaksud adalah “Diketahui FPB dan KPK dari 85 dan x berturut-turut adalah 5 dan 1105. Tentukan berapakah nilai x ?”. Tolong bantu Rani menyelesaikan soal tersebut!
9. Tina dan kakaknya yang bernama Wulan sedang belajar bersama. Karena mengalami kesulitan, Tina meminta Wulan untuk membantu menyelesaikan satu soal tentang FPB. Adapun soal yang dimaksud adalah “Diketahui $FPB(a, 2008) = 251$. Jika $a > 2008$, tentukan nilai terkecil yang mungkin bagi a ?”. Dengan kemampuannya, Wulan dengan cepat dapat membantu Tina menyelesaikan soal tersebut. Berapa jawaban yang diperoleh Wulan? Jelaskan!
10. Pada akhir tahun, pak Eko pemilik *Home Industry* keripik pisang berencana menghabiskan seluruh produksinya dengan membuat paket keripik. Setiap paket berisi keripik pisang rasa coklat, rasa durian, rasa moca, dan rasa melon dengan jumlah yang sama. Jika seluruh produksi yang ada adalah 240 bungkus rasa coklat, 300 bungkus rasa durian, 120 bungkus rasa moca, dan 180 bungkus rasa melon, berapakah paling banyak paket keripik yang dapat dibuat? Dan berapakah banyak keripik rasa coklat, rasa durian, rasa moca, dan rasa melon yang ada pada setiap paket?



BAB III BILANGAN PECAHAN

A. Pendahuluan

Masih ingatkah anda tentang bilangan bulat? Ternyata tidak semua masalah yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari dapat dinyatakan dalam bilangan bulat. Misalnya, ketika memotong kue bolu yang akan diberikan kepada empat orang, maka kue yang diterima setiap orang adalah $\frac{1}{4}$ yang tidak dapat dinyatakan dengan konsep bilangan bulat. Oleh karena itu, sistem bilangan yang dapat digunakan adalah bilangan pecahan.

Materi bilangan pecahan sering dianggap sama dengan bilangan rasional. Namun demikian, kedua bilangan tersebut tidak sama. Jika kita perhatikan peta konsep bilangan seperti yang digambarkan pada gambar 1.1 menunjukkan bahwa bilangan rasional meliputi bilangan bulat dan bilangan pecahan.

Sebagai mahasiswa calon guru kelas harus memahami tentang bilangan rasional dan bilangan pecahan. Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dengan $\frac{a}{b}$, dimana a dan b bilangan bulat, dengan $b \neq 0$. Contoh bilangan rasional adalah $\frac{4}{6}$, $\frac{-2}{3}$, $\frac{-4}{9}$, $\frac{-2}{-7}$. Sedangkan bilangan pecahan adalah bilangan yang dapat dinyatakan dengan $\frac{a}{b}$, dimana a dan b bilangan cacah, dengan $b \neq 0$. Contoh bilangan pecahan adalah $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{7}$.

Bilangan pecahan merupakan salah satu materi matematika yang diajarkan di SD/MI yang memiliki jumlah jam pelajaran paling banyak. Berdasarkan hasil penelitian menunjukkan bahwa materi bilangan pecahan dianggap memiliki tingkat kesukaran yang lebih tinggi dibanding dengan materi bilangan yang lain. Oleh karena itu, sebagai mahasiswa calon guru kelas di MI harus memiliki konsep pemahaman yang kuat tentang bilangan pecahan dan kemampuan pemecahan masalah sehingga kelak dapat melaksanakan pembelajaran secara kreatif, inovatif, dan menyenangkan.

Pada bab III ini mempelajari tentang bilangan pecahan. Bilangan pecahan yang dipelajari meliputi konsep bilangan pecahan, jenis-jenis pecahan, pecahan murni dan pecahan tidak murni, operasi pada bilangan pecahan, pecahan senilai, membandingkan bilangan pecahan, mengubah bentuk pecahan ke bentuk lain (pecahan biasa dan pecahan campuran, pecahan desimal, dan persen), dan pemecahan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan bilangan pecahan.

1. Sub Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (Sub-CPMK)

Mahasiswa mampu memahami konsep bilangan pecahan dan operasi bilangan pecahan melalui kegiatan konstruksi dan pemodelan pada bilangan pecahan, serta menerapkan konsep bilangan pecahan dalam menyelesaikan masalah sehari-hari melalui kegiatan pemecahan masalah kontekstual.

2. Indikator

- a. Mahasiswa mampu mengonstruksi sendiri pengertian bilangan pecahan melalui masalah kontekstual.
- b. Mahasiswa dapat menjelaskan penyajian bilangan pecahan dalam bentuk gambar dan simbol (indikator tambahan, cek di silabus, bahan ajar, skenario pembelajaran, dll)
- c. Mahasiswa mampu memperagakan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan pecahan secara formal maupun informal melalui kegiatan pemodelan operasi bilangan pecahan.
- d. Mahasiswa mampu menjelaskan tentang pecahan senilai dan membandingkan pecahan melalui masalah kontekstual. indikator tambahan, cek di silabus, bahan ajar, skenario pembelajaran, dll)
- e. memperagakan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan pecahan secara informal (misalnya gambar) melalui kegiatan pemodelan operasi bilangan pecahan.
- f. Mahasiswa mampu menjelaskan cara mengubah pecahan biasa ke bentuk pecahan campuran, pecahan desimal, pecahan persen, dan sebaliknya secara formal dalam waktu singkat.
- g. Mahasiswa mampu memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari dengan menggunakan konsep bilangan pecahan dan sesuai dengan empat langkah pemecahan masalah.

3. Petunjuk Belajar

- a. BAB III ini berisi kegiatan belajar mahasiswa dalam mempelajari materi bilangan pecahan.
- b. Capaian pembelajaran difokuskan agar mahasiswa mampu mengonstruksi pengertian bilangan pecahan, melakukan operasi hitung pada bilangan pecahan baik formal maupun informal, serta memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan bilangan pecahan.
- c. Kegiatan belajar yang akan dilakukan meliputi konstruksi pengertian bilangan pecahan, memperagakan (pemodelan) operasi hitung pada bilangan pecahan, serta memecahkan masalah yang berkaitan dengan bilangan pecahan.
- d. Setelah mempelajari materi bilangan pecahan dan menerapkannya dalam pemecahan masalah, dilanjutkan dengan menjawab semua pertanyaan pada evaluasi atau tes formatif 3.
- e. Materi bilangan pecahan dipelajari dalam 3 kali pertemuan yaitu 6×50 menit.

B. Bilangan Pecahan

Seperti halnya dengan bilangan bulat, bilangan pecahan juga menjadi salah satu materi prasyarat yang harus dipahami sebelum mempelajari materi matematika yang lain, misalnya geometri dan pengukuran, perbandingan dan skala, dan lainnya. Oleh karena itu, pemahaman tentang bilangan pecahan harus dimiliki oleh setiap orang yang sedang mempelajari matematika dan yang akan melaksanakan pembelajaran matematika. Sebagai calon pendidik, mahasiswa PGMI harus memiliki pemahaman yang baik tentang konsep bilangan pecahan. Salah satu kegiatan belajar yang dapat dilakukan agar memiliki pemahaman yang baik tentang bilangan bulat adalah mengonstruksi (membangun) sendiri pengertian bilangan pecahan.

1. Membangun Pengertian Bilangan Pecahan

Untuk membangun (mengonstruksi) pemahaman tentang pengertian bilangan pecahan, salah satunya dapat dilakukan dengan menyelesaikan masalah kontekstual di bawah ini secara berkelanjutan. Baca dan pahami masalah di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu memahami masalah dan memperkuat pemahaman tentang konsep bilangan pecahan.

- a. Selesaikan masalah 3.1 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

Masalah 3.1

Ibu membuat kue bolu dan memotongnya menjadi beberapa bagian yang sama. Ayah mengambil 2 bagian, kakak mengambil 1 bagian, dan adik mengambil 3 bagian. Kemudian ibu mengambil setengah dari sisa potongan bolu tersebut untuk disimpan di lemari. Sisa bolu sekarang ada 3 bagian. Berapa banyak bagian kue yang disimpan ibu? Selanjutnya berapa sebenarnya total potongan (bagian) kue bolu tersebut?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.

- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- 2) Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

- b. Ketika menyelesaikan masalah di atas, apakah konsep bilangan bulat tepat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- c. Apakah kita dapat menggunakan konsep bilangan pecahan untuk membantu menyelesaikan masalah 3.1 di atas? Jelaskan alasannya!

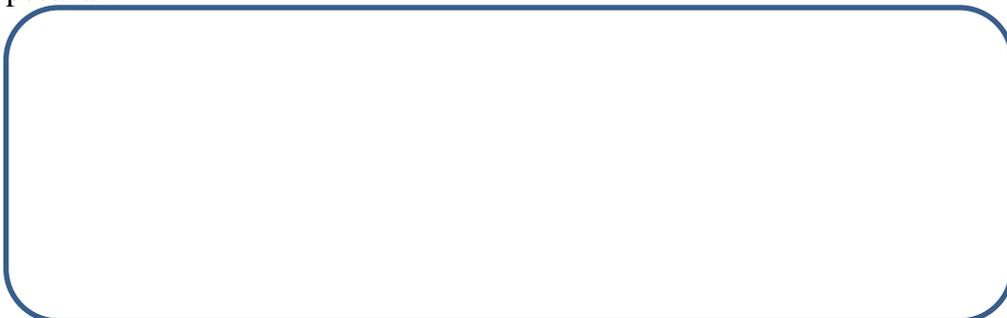
- d. Pada masalah di atas dijelaskan bahwa ayah mengambil 2 bagian, kakak mengambil 1 bagian dan adik mengambil 3 bagian. Kemudian ibu mengambil sisa dari potongan kue tersebut untuk disimpan di lemari. Jelaskan makna dari pernyataan tersebut!



- e. Jika dituliskan dalam bentuk pecahan, tuliskan bagian yang diterima ayah, kakak, adik!



- f. Berdasarkan uraian di atas, buatlah kesimpulan tentang pengertian bilangan pecahan!



Setelah Anda membuat sendiri pengertian bilangan pecahan, sebaiknya dilanjutkan dengan mempelajari uraian tentang bilangan pecahan berikut ini. Hal tersebut sangat penting untuk memperkuat pemahaman Anda tentang bilangan pecahan.

Seperti yang telah diuraikan sebelumnya bahwa terdapat bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan bulat seperti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{7}$ dan lain-lain. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan bilangan pecahan. Pengenalan konsep

bilangan pecahan dapat dimulai dari benda-benda atau kegiatan sehari-hari, seperti yang dijelaskan pada ilustrasi 3.1. dan ilustrasi 3.2 berikut ini.

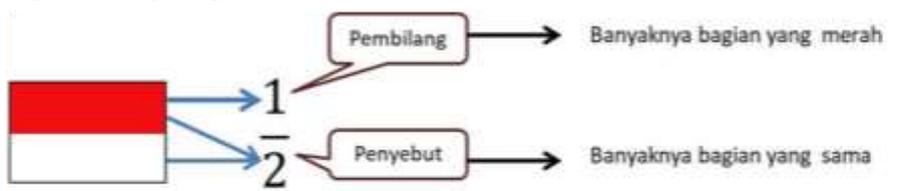
Ilustrasi 3.1

Perhatikan gambar bendera negara kita di samping. Bendera Indonesia memiliki dua warna yaitu merah dan putih. Artinya bendera tersebut memiliki dua bagian yaitu satu bagian berwarna merah dan satu bagian lagi berwarna putih.



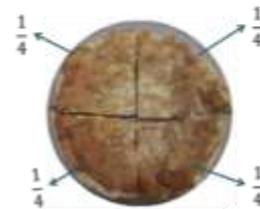
Dua bagian bendera tersebut memiliki luas yang sama. Oleh karena itu, tiap bagian dari bendera tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan.

Pecahan dapat digunakan untuk memberi nama suatu bagian dari keseluruhan. Banyaknya bagian bendera yang berwarna merah adalah 1 dan bagian bendera yang berwarna putih adalah 1. Untuk menunjukkan bagian bendera yang berwarna merah dapat dilihat pada gambar di bawah ini



Ilustrasi 3.2

Di pagi hari ibu membuat telur goreng sebagai menu sarapan. Telor goreng tersebut diperuntukkan untuk ayah, ibu, dan 2 orang anaknya. Agar semua anggota mendapatkan bagian yang sama, maka ibu membagi telur goreng tersebut menjadi empat bagian yang sama. Jika digambarkan pembagian telur goreng tersebut seperti yang tertera pada gambar di samping.



Pada gambar tersebut dapat dilihat bahwa tiap bagian memiliki bagian yang sama yaitu $\frac{1}{4}$. Hal tersebut disebabkan karena satu benda dibagi menjadi empat bagian yang sama, sehingga besarnya setiap bagian adalah satu bagian dari empat bagian yang sama, dan dapat ditulis " $\frac{1}{4}$ ". Melalui penjelasan tersebut kita dapat menyebutkan bahwa pecahan adalah bagian dari keseluruhan.

Contoh 3.1

- 1 bagian dari 4 bagian yang sama ditulis $\frac{1}{4}$
- 3 bagian dari 5 bagian yang sama ditulis $\frac{3}{5}$
- Sebuah roti bolu dipotong menjadi delapan bagian yang sama. Kemudian semua potongan tersebut diberikan kepada 4 anak dan setiap anak mendapat bagian yang sama. Maka setiap anak akan mendapat roti $2 : 8$ bagian atau $\frac{2}{8}$.

Definisi.

Bilangan pecahan adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a dan b adalah bilangan cacah dan $b \neq 0$. Dalam bentuk notasi, himpunan bilangan pecahan adalah $F = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \text{ dan } b \text{ adalah bilangan cacah, } b \neq 0 \right\}$

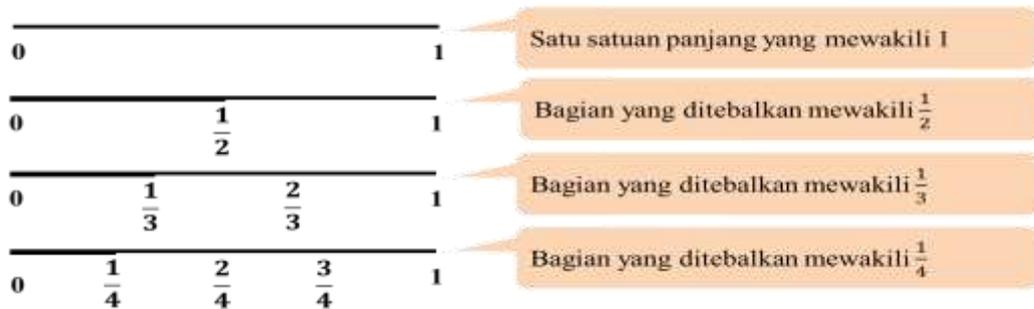
(Musser & Burger, 1991: 190)

Selain menggunakan benda-benda konkrit yang ada dalam kehidupan sehari-hari, kita juga dapat menggunakan benda-benda semi konkrit misalnya berupa gambar untuk menanamkan dan menguatkan pemahaman tentang bilangan pecahan. Pengalaman tentang luas suatu daerah, ruas garis, dan himpunan dapat dimanfaatkan untuk menanamkan konsep bilangan pecahan.

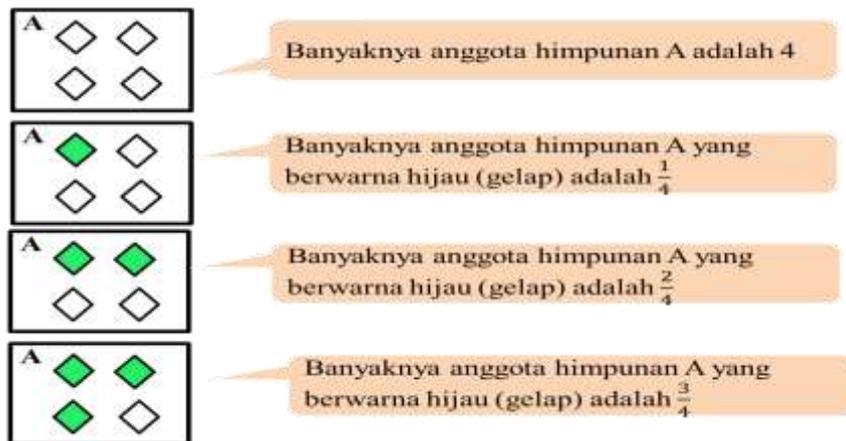
Perhatikan contoh luas suatu daerah berikut yang mewakili bilangan 1 , $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, dan $\frac{1}{4}$.



Selanjutnya perhatikan contoh ruas garis berikut yang mewakili bilangan 1 , $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, dan $\frac{1}{4}$.



Bilangan pecahan dapat diilustrasikan sebagai bagian dari kelompok-kelompok yang beranggotakan sama banyak atau juga menyatakan pembagian. Perhatikan contoh berikut ini.



Selanjutnya selain menggunakan gambar-gambar di atas, Anda juga dapat menggunakan gambar-gambar lain untuk menanamkan konsep bilangan pecahan.

 **Menjawab pertanyaan**

Buatlah sebuah cerita yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang melibatkan pecahan $\frac{2}{5}$ dan $\frac{1}{2}$! Kemudian gambarkan pecahan tersebut dengan menggunakan benda-benda semi konkrit!

2. Jenis-jenis Bilangan Pecahan

a. Pecahan Biasa

Pecahan biasa adalah bilangan pecahan yang terdiri dari pembilang dan penyebut yang merupakan bilangan bulat dan penyebutnya tidak sama dengan nol.

Contoh 3.2

- 1) $\frac{2}{5}$ dibaca dua per lima
- 2) $\frac{3}{8}$ dibaca tiga per delapan
- 3) $\frac{1}{6}$ dibaca satu per enam

b. Pecahan Campuran

Pecahan campuran adalah pecahan yang terdiri dari bilangan bulat dan pecahan biasa. Pecahan campuran dapat nyatakan $a\frac{b}{c}$ dimana a bilangan bulat dan $\frac{b}{c}$ pecahan biasa. Pecahan campuran $a\frac{b}{c}$ dengan $c \neq 0$ dapat dinyatakan pula dengan pecahan biasa $\frac{(c \times a) + b}{c}$. Dengan demikian pecahan campuran dapat diubah menjadi pecahan biasa yaitu $a\frac{b}{c} = \frac{(c \times a) + b}{c}$.

Contoh 3.3.

- 1) $1\frac{1}{3}$ dibaca satu satu per tiga, merupakan hasil bagi $\frac{4}{3}$
- 2) $2\frac{1}{5}$ dibaca dua satu per lima, merupakan hasil bagi $\frac{11}{5}$

c. Pecahan Desimal

Pecahan desimal adalah nama lain dari suatu pecahan. Pecahan desimal biasanya menggunakan tanda koma.

Contoh 3.4

- 1) $\frac{1}{4}$ nama desimalnya adalah 0,25
- 2) $\frac{2}{5}$ nama desimalnya adalah 0,4
- 3) $\frac{3}{8}$ nama desimalnya adalah 0,375

d. Persen

Persen mempunyai arti perseratus. Persen (perseratus) adalah nama lain dari suatu pecahan dengan penyebut 100. Persen dilambangkan dengan “%”.

Contoh 3.5

- 1) 50 persen ditulis 50% atau $\frac{50}{100}$
- 2) 25 persen ditulis 25% atau $\frac{25}{100}$

e. Permil

Permil diartikan sebagai perseribu atau nama lain dari pecahan dengan penyebut 1000. Permil dilambangkan “ $\frac{\quad}{00}$ ”.

Contoh 3.6

- 1) 20 permil ditulis $20 \frac{0}{00}$ atau $\frac{20}{1000}$
- 2) 75 permil ditulis $75 \frac{0}{00}$ atau $\frac{75}{1000}$

3. Pecahan Murni dan Pecahan Tidak Murni

Dengan memperhatikan pembilang dan penyebutnya, suatu bilangan pecahan dapat digolongkan ke dalam pecahan murni dan pecahan tidak murni.

a. Pecahan Murni

Pecahan $\frac{a}{b}$ adalah pecahan murni jika nilai a lebih kecil dari pada b atau $a < b$.

Misalnya: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{23}{56}$, dan seterusnya.

b. Pecahan Tidak Murni

Pecahan $\frac{a}{b}$ adalah pecahan tidak murni jika nilai a lebih besar dari pada b atau $a > b$.

Misalnya: $\frac{30}{20}$, $\frac{100}{40}$, $\frac{8}{5}$, dan seterusnya.

Pecahan tidak murni juga dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan campuran.

5. Pecahan Senilai

Masih ingatkah Anda tentang pecahan senilai? Apa yang dimaksud dengan pecahan senilai? Salah satu cara untuk mengingat kembali dan agar tidak cepat lupa tentang pecahan senilai, Anda dapat membangun sendiri pengertian pecahan senilai melalui kegiatan penyelesaian masalah kontekstual. Baca dan pahami masalah kontekstual di bawah ini. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu memahami masalah dan memperkuat pemahaman tentang konsep bilangan pecahan.

- a. Selesaikan masalah 3.2 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

Masalah 3.2

Bu Ani membeli dua buah kue bolu gulung di pasar. Sesampainya di rumah kue pertama dipotong menjadi empat bagian yang sama. Semua potongan kue tersebut diberikan kepada Nina dan Santi. Nina menerima 2 bagian dan Santi juga menerima 2 bagian. Selanjutnya bu Ani memotong kue kedua menjadi delapan bagian yang sama dan menyimpannya.



Tiba-tiba keponakan bu Ani yang bernama Faza dan Fizi datang. Lalu Bu Ani memberikan kue kedua yang telah dipotong tersebut kepada Faza dan Fizi, masing-masing menerima 4 bagian. Apakah kue yang diterima Faza dan Fizi lebih banyak dari kue yang diterima Nina dan Santi? Jelaskan alasannya!

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

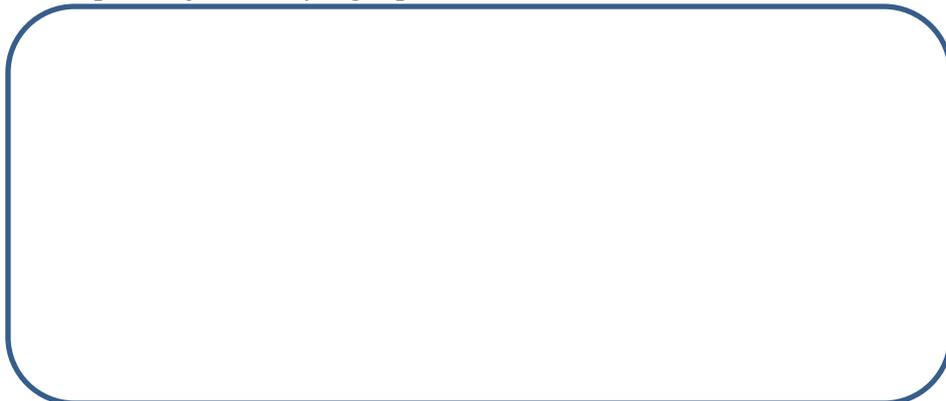
- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

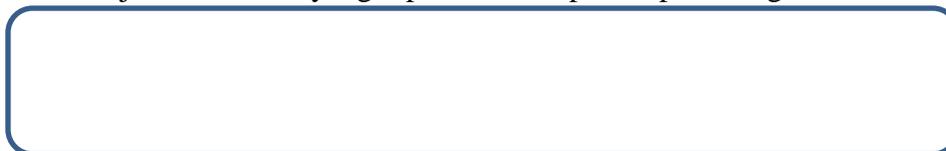


Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

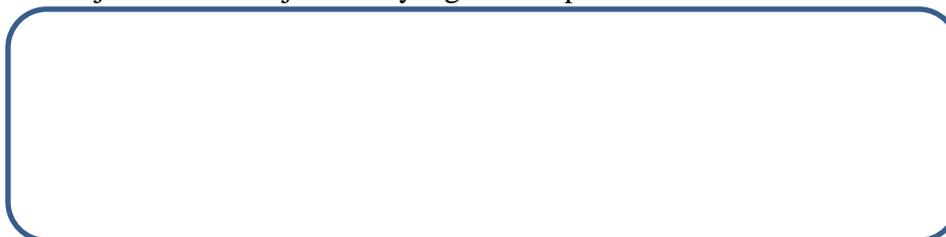


- 2) Tuliskan jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.



- b. Setelah menyelesaikan masalah di atas, tuliskan kembali banyaknya kue yang diterima oleh Nina, Santi, Faza, dan Fizi dalam bentuk bilangan pecahan dan buat gambarnya!



- c. Apakah banyaknya kue yang diterima Nina, Santi, Faza, dan Fizi memiliki nilai yang sama? Jelaskan!

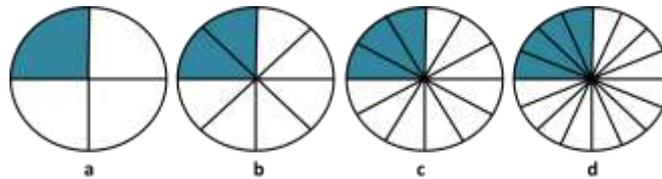


- d. Bilangan $\frac{2}{4}$ memiliki nilai yang sama dengan $\frac{4}{8}$, maka $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ atau $\frac{2}{4}$ dan $\frac{4}{8}$ adalah pecahan senilai. Selanjutnya buatlah kesimpulan tentang apa yang dimaksud dengan pecahan senilai!



Setelah menyelesaikan masalah di atas dan membuat sendiri pengertian pecahan senilai menunjukkan bahwa Anda telah menggunakan pengetahuan yang dimiliki untuk membangun pengertian pecahan senilai tersebut. Proses konstruksi tersebut merupakan pengalaman belajar yang sangat baik untuk menguatkan pengetahuan Anda tentang pecahan senilai.

Selanjutnya mempelajari uraian tentang pecahan senilai akan semakin memperkuat pemahaman Anda tentang bilangan pecahan. Perhatikan empat lingkaran pada gambar dibawah ini!



Gambar 3. 1

Gambar 3.1 di atas menunjukkan empat lingkaran yang sama, tetapi pada gambar a dibagi menjadi 4 bagian dengan satu bagian yang diarsir, sehingga daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{1}{4}$. Gambar b dibagi menjadi 8 bagian dengan dua bagian yang diarsir, sehingga daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{2}{8}$. Gambar c dibagi menjadi 12 bagian dengan tiga bagian yang diarsir, sehingga daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{3}{12}$. Gambar d dibagi menjadi 16 bagian dengan empat bagian yang diarsir, sehingga daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{4}{16}$.

Karena keempat lingkaran tersebut memiliki arsiran yang sama besar, maka pecahan $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{12}$, dan $\frac{4}{16}$ memiliki nilai yang sama. Secara singkat dapat dikatakan bahwa $\frac{1}{4}$ senilai dengan $\frac{2}{8}$ juga senilai dengan $\frac{3}{12}$ juga senilai dengan $\frac{4}{16}$. Dengan demikian $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$.

Ketika diamati lebih lanjut ternyata bilangan $\frac{1}{4}$ dan $\frac{2}{8}$ memiliki hubungan yaitu kita dapat memperoleh $\frac{1}{4}$ dari pecahan $\frac{2}{8}$ dengan cara membagi pembilang dan penyebutnya dengan bilangan 2 ($\frac{2}{8} = \frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$). Begitu juga sebaliknya untuk mendapatkan $\frac{2}{8}$ dari pecahan $\frac{1}{4}$ dengan cara mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan bilangan 2 ($\frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}$). Dengan cara yang serupa dapat dilanjutkan untuk bilangan $\frac{3}{12}$ dan $\frac{4}{16}$.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa untuk mendapatkan pecahan senilai dari suatu pecahan dapat dilakukan dengan membagi atau mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan bilangan yang sama.

Pecahan senilai adalah pecahan-pecahan yang nilainya sama dan dapat diperoleh dengan mengalikan atau membagi bilangan yang sama pada pembilang dan penyebut dari suatu bilangan pecahan.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m} \text{ atau } \frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Contoh 3.14

Tentukan tiga pecahan senilai dengan pecahan $\frac{7}{8}$!

Jawaban:

Menentukan pecahan senilai dapat dilakukan dengan mengali atau membagi dengan bilangan yang sama yang tidak nol. Misalkan pecahan $\frac{7}{8}$ dikali dengan 2, 3, dan 4, sehingga diperoleh:

- Jika mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan 2, maka diperoleh $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 2}{8 \times 2} = \frac{14}{16}$
- Jika mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan 3, maka diperoleh $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$
- Jika mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan 4, maka diperoleh $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 4}{8 \times 4} = \frac{28}{32}$

Sehingga tiga pecahan yang senilai dengan pecahan $\frac{7}{8}$ adalah $\frac{14}{16}$, $\frac{21}{24}$, $\frac{28}{32}$.

6. Membandingkan Bilangan Pecahan

Masih ingatkah Anda bagaimana cara membandingkan bilangan pecahan? Untuk mengingat kembali atau memperkuat pemahaman tentang membandingkan bilangan pecahan, salah satunya dapat dilakukan dengan menyelesaikan masalah kontekstual di bawah ini secara berkelanjutan. Gunakan pengetahuan atau pengalaman yang Anda miliki untuk membantu memahami masalah dan memperkuat pemahaman tentang membandingkan bilangan pecahan.

- a. Selesaikan masalah 3.3 dengan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah berikut ini!

Masalah 3.3

Atika mempunyai kue yang berbentuk persegi panjang. Ia memberikan kue tersebut kepada Sinta $\frac{2}{5}$ bagian, Cika $\frac{1}{5}$ bagian, dan Rosi $\frac{3}{7}$ bagian. Siapakah yang mendapat kue lebih banyak? Jelaskan alasannya!



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- 1) Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.

- 2) Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- 1) Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- 2) Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- 1) Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- 2) Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- 1) Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

- b. Perhatikan masalah di atas, terdapat tiga bilangan pecahan yaitu $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{5}$, dan $\frac{3}{7}$. Misalnya kita ambil dua bilangan yaitu $\frac{2}{5}$ dan $\frac{1}{5}$. Mana yang lebih besar antara $\frac{2}{5}$ dan $\frac{1}{5}$? Jelaskan bagaimana cara anda membandingkannya!

- c. Selanjutnya kita ambil kembali dua bilangan yaitu $\frac{2}{5}$ dan $\frac{3}{7}$. Mana yang lebih besar antara $\frac{2}{5}$ dan $\frac{3}{7}$? Jelaskan bagaimana cara anda membandingkannya!

- d. Berdasarkan jawaban di atas, buatlah suatu kesimpulan bagaimana cara membandingkan bilangan pecahan yang berpenyebut sama dan bilangan pecahan yang berpenyebut tidak sama!

Setelah menyelesaikan masalah di atas dan membuat kesimpulan cara membandingkan bilangan pecahan menunjukkan bahwa Anda telah menemukan cara membandingkan bilangan pecahan. Hal tersebut merupakan pengalaman yang sangat baik bagi Anda yang sedang mempelajari materi membandingkan bilangan pecahan. Untuk menguatkan kembali pemahaman Anda tentang membandingkan bilangan pecahan, pelajari uraian dibawah ini.

Ilustrasi 3.5

Suatu hari ibu membeli sebuah martabak manis yang berbentuk lingkaran. Sesampainya di rumah, ibu membagi martabak tersebut dan memberikannya kepada Aulia dan Fahmi. Aulia mendapat $\frac{1}{4}$ bagian dan Fahmi mendapat $\frac{3}{8}$ bagian. Siapakah yang mendapat bagian martabak manis yang paling banyak?.



Ingat!

Untuk mengetahui hubungan antara dua pecahan, samakan dahulu penyebut pada kedua pecahan yang dibandingkan tersebut.

Dengan menyamakan penyebut pada pecahan $\frac{1}{4}$ dan $\frac{3}{8}$ diperoleh $\frac{2}{8}$ dan $\frac{3}{8}$, sehingga $\frac{2}{8}$ lebih sedikit dari $\frac{3}{8}$ atau $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$. Untuk lebih jelas dapat diilustrasikan pada gambar di samping.



Terdapat tiga hal yang harus diperhatikan ketika membandingkan dua pecahan yaitu:

- $\frac{a}{b}$ lebih dari $\frac{c}{d}$ ditulis $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$
- $\frac{a}{b}$ sama dengan $\frac{c}{d}$ ditulis $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- $\frac{a}{b}$ kurang dari $\frac{c}{d}$ ditulis $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

Contoh 3.15

Tentukan hubungan antara dua pecahan berikut ini!

- a. $\frac{1}{3} \dots \frac{2}{3}$ b. $\frac{2}{5} \dots \frac{1}{10}$ c. $\frac{3}{7} \dots \frac{4}{5}$

Jawaban:

- Karena kedua pecahan memiliki penyebut yang sama, maka dapat diketahui bahwa $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$
- Langkah awal adalah menyamakan penyebut dari $\frac{2}{5}$ dan $\frac{1}{10}$ dengan mencari KPK dari 5 dan 10. KPK dari 5 dan 10 adalah 10, maka kedua pecahan menjadi $\frac{4}{10}$ dan $\frac{1}{10}$.

Selanjutnya kita perhatikan pembilang dari dua pecahan yaitu 4 dan 1. Kita tahu bahwa 4 lebih besar dari 1, maka dapat disimpulkan bahwa $\frac{4}{10} > \frac{1}{10}$.

- c. Langkah awal adalah menyamakan penyebut dari $\frac{3}{7}$ dan $\frac{4}{5}$ dengan mencari KPK dari 7 dan 5. KPK dari 7 dan 5 adalah 35, maka kedua pecahan menjadi $\frac{15}{35}$ dan $\frac{28}{35}$. Selanjutnya kita perhatikan pembilang dari dua pecahan yaitu 15 dan 28. Kita tahu bahwa 15 lebih kecil dari 28, maka dapat disimpulkan bahwa $\frac{15}{35} < \frac{28}{35}$.

7. Mengubah Bentuk Pecahan

a. Mengubah Bentuk Pecahan Biasa ke Bentuk Desimal

Untuk mengubah bentuk pecahan biasa ke bentuk desimal adalah dengan mengubah dahulu penyebutnya menjadi 10, 100, 1000, dan seterusnya.

Contoh 3.16

- 1) $\frac{45}{100} = 0,45$
- 2) $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 0,4$
- 3) $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 125}{8 \times 125} = \frac{875}{1000} = 0,875$

Selanjutnya bagaimana cara mengubah bentuk pecahan desimal ke bentuk pecahan biasa? Perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 3.17

- 1) $0,45 = \left(4 \times \frac{1}{10}\right) + \left(5 \times \frac{1}{100}\right) = \frac{4}{10} + \frac{5}{100} = \frac{40}{100} + \frac{5}{100} = \frac{45}{100}$
- 2) $0,40 = \left(4 \times \frac{1}{10}\right) = \frac{4}{10}$
- 3) $0,875 = \left(8 \times \frac{1}{10}\right) + \left(7 \times \frac{1}{100}\right) + \left(5 \times \frac{1}{1000}\right) = \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000} = \frac{800}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{875}{1000}$

b. Mengubah Bentuk Pecahan Biasa ke Bentuk Persen

Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk mengubah bentuk pecahan biasa ke bentuk persen adalah dengan mengubah penyebut menjadi 100, karena persen merupakan per seratus.

Contoh 3.18

$$1) \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$

$$2) \quad \frac{2}{25} = \frac{2 \times 4}{25 \times 4} = \frac{8}{100} = 8\%$$

Selanjutnya untuk mengubah bentuk persen ke bentuk pecahan biasa dapat dilakukan dengan mengalikan bilangan tersebut dengan per seratus.

Contoh 3.19

$$1) \quad 75\% = 75 \times \frac{1}{100} = \frac{75}{100} = \frac{75:25}{100:25} = \frac{3}{4}$$

$$2) \quad 30\% = 30 \times \frac{1}{100} = \frac{30}{100} = \frac{30:10}{100:10} = \frac{3}{10}$$

c. Mengubah Bentuk Pecahan Biasa ke Bentuk Pecahan Campuran

Salah satu cara yang mudah untuk mengubah pecahan biasa ke bentuk pecahan campuran adalah dengan membuat pecahan dalam bentuk yang paling sederhana. Suatu pecahan dikatakan sederhana jika pembilang dan penyebutnya tidak mempunyai faktor pesekutuan lagi kecuali 1.

Contoh 3.20

$$1) \quad \frac{15}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

$$2) \quad \frac{32}{5} = \frac{30}{5} + \frac{2}{5} = 6 + \frac{2}{5} = 6 \frac{2}{5}$$

Selanjutnya untuk mengubah pecahan campuran menjadi pecahan biasa dapat dilakukan seperti pada contoh berikut ini.

Contoh 3.21

$$1) \quad 3 \frac{2}{7} = \frac{(7 \times 3) + 2}{7} = \frac{21 + 2}{7} = \frac{23}{7}$$

$$2) \quad 2 \frac{8}{12} = \frac{(12 \times 2) + 8}{12} = \frac{24 + 8}{12} = \frac{32}{12}$$



Tugas Mandiri

- Selesaikanlah masalah berikut ini secara mandiri!
- Ubahlah pecahan $\frac{3}{20}$ dan $\frac{7}{16}$ ke dalam bentuk pecahan desimal!

- Ubahlah bilangan 85% dan 40% ke dalam bentuk pecahan biasa!

- Ubahlah pecahan $\frac{75}{50}$ dan $\frac{17}{15}$ ke dalam bentuk pecahan campuran!



Menjawab pertanyaan

Buatlah satu contoh pengalaman Anda yang berkaitan dengan penggunaan bilangan pecahan dalam kehidupan sehari-hari! Kemudian jelaskan konsep bilangan pecahan yang dimaksud dari pengalaman Anda tersebut!



Bertanya

Setelah mempelajari konsep bilangan pecahan, buatlah dua pertanyaan yang berkaitan dengan bilangan pecahan tersebut agar memperoleh pemahaman yang lebih jelas!

4. Operasi pada Bilangan Pecahan

Seperti halnya operasi hitung pada bilangan bulat, operasi hitung pada bilangan pecahan juga meliputi operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

a. Penjumlahan Pecahan

Dalam melakukan penjumlahan pecahan harus memperhatikan dua hal yaitu penjumlahan pecahan berpenyebut sama dan pecahan berpenyebut tidak sama.

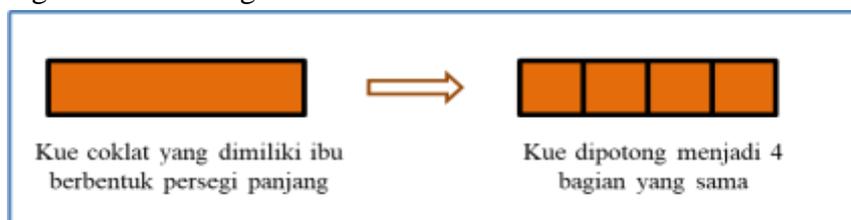
1) Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Sama

Menjumlahkan bilangan pecahan berpenyebut sama merupakan hal yang sangat mudah bagi mahasiswa PGMI. Sebagai calon guru kelas, Anda dituntut memiliki kemampuan menjelaskan operasi bilangan pecahan baik secara formal maupun informal. Uraian berikut ini dapat membantu Anda mengingat kembali atau menguatkan pemahaman Anda tentang menjumlahkan bilangan pecahan berpenyebut sama.

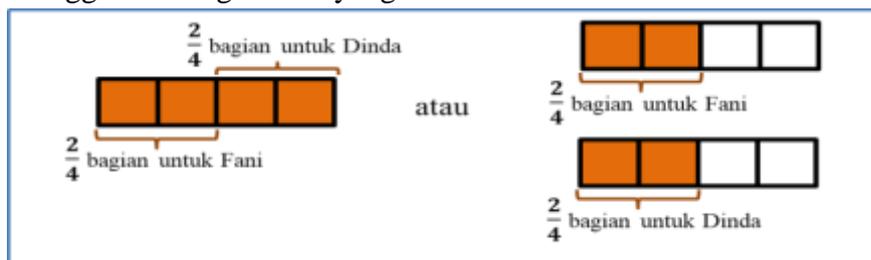
Ilustrasi 3.3

Ibu memiliki kue coklat yang berbentuk persegi panjang, lalu memotongnya menjadi empat bagian yang sama. Ibu memberikan kue tersebut kepada Fani dan Dinda, masing-masing menerima $\frac{2}{4}$ bagian. Karena merasa sudah kenyang, Dinda memberikan setengah dari kuenya kepada Fani. Berapa banyak kue yang dimiliki Fani? Jelaskan proses perhitungannya dengan menggunakan gambar!

- Berdasarkan ilustrasi di atas, kue coklat yang dimiliki ibu dapat digambarkan sebagai berikut:



- Menggambar bagian kue yang diterima Fani dan Dinda.



- Menggambar bagian kue Dinda yang diberikan kepada Fani.

Dinda memiliki sebanyak $\frac{2}{4}$ bagian kemudian memberikan setengah dari kuenya kepada Fani. Jika digambarkan sebagai berikut:

The diagram shows a horizontal bar divided into four equal segments. The first two segments are shaded orange, representing $\frac{2}{4}$. Below this bar is the label 'Kue Dinda' and the fraction $\frac{2}{4}$. An arrow points to a second horizontal bar, also divided into four segments. Only the first segment is shaded orange, representing $\frac{1}{4}$. Below this bar is the label 'Kue Dinda yang diberikan kepada Fani sebanyak $\frac{1}{4}$ ' and the fraction $\frac{1}{4}$.

- Gambarlah kue yang dimiliki Fani seluruhnya!

Kue Fani yang diterima dari ibu sebanyak $\frac{2}{4}$ ditambah Kue Fani yang diterima dari Dinda sebanyak $\frac{1}{4}$ sama dengan Jumlah kue Fani seluruhnya

The diagram illustrates the addition of two fractions. On the left, a bar with 2 orange segments is labeled $\frac{2}{4}$. This is followed by the word 'ditambah' and a plus sign. To the right, a bar with 1 orange segment is labeled $\frac{1}{4}$. This is followed by the word 'digabung' and an equals sign. On the far right, a bar with 3 orange segments is labeled 'Jumlah kue Fani seluruhnya' and $\frac{3}{4}$. The word 'menjadi' is placed between the equals sign and the final bar.

- Beri penjelasan tentang proses perhitungan tersebut!

Untuk melakukan penjumlahan bilangan pecahan dengan menggunakan gambar dapat dilakukan dengan:

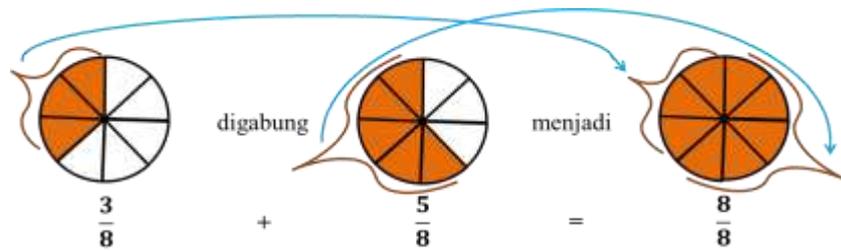
- Menggambar bilangan pecahan pertama ($\frac{2}{4}$)
- Menggambar bilangan pecahan kedua ($\frac{1}{4}$)
- Menjumlahkan pecahan pertama dan kedua dengan cara menggabungkan bagian pecahan pada gambar pertama ($\frac{2}{4}$) dan bagian pecahan pada gambar kedua ($\frac{1}{4}$).
- Hasil penggabungan tersebut merupakan hasil penjumlahan bilangan pecahan pertama dan kedua.

Adapun proses perhitungan tersebut dapat dilihat pada gambar berikut ini.

The diagram shows the process of adding two fractions. It starts with a bar representing $\frac{2}{4}$ (2 orange segments) and a plus sign, followed by a bar representing $\frac{1}{4}$ (1 orange segment). The word 'digabung' is between them. An equals sign follows, and then a bar representing $\frac{3}{4}$ (3 orange segments) with the word 'menjadi' above it. Blue arrows indicate the movement of the second bar's segment to be added to the first bar's segments.

Jadi $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$

Proses penjumlahan bilangan pecahan di atas merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk menanamkan konsep penjumlahan pecahan berpenyebut sama. Selain menggunakan cara tersebut, Anda dapat menggunakan cara yang lain untuk menjelaskan operasi penjumlahan bilangan pecahan. Misalnya penjumlahan pecahan $\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$ dapat digambarkan sebagai berikut:



Pada gambar di atas menunjukkan bahwa $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{3+5}{8} = \frac{8}{8} = 1$.

Secara formal, penjumlahan pecahan berpenyebut sama dapat dilakukan dengan langsung menjumlahkan pembilang-pembilangnya saja.

Misalkan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{b}$ adalah bilangan pecahan, maka

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

(Musser & Burger, 1991:202)

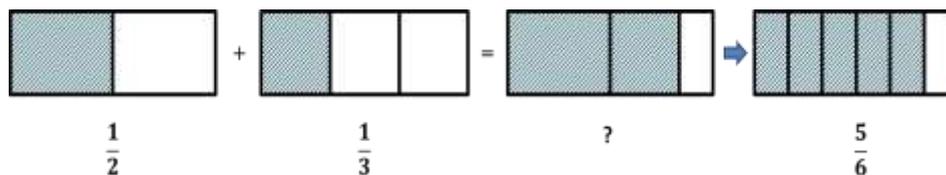
Contoh 3.7

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}$

b) $\frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{3+10}{15} = \frac{13}{15}$

2) Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Tidak Sama

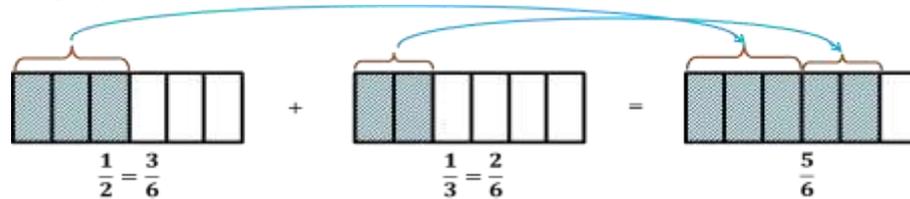
Seperti halnya operasi penjumlahan pecahan berpenyebut sama, penanaman konsep penjumlahan pecahan berpenyebut tidak sama juga dapat dilakukan dengan menggunakan gambar. Misalnya penjumlahan $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ dengan menggunakan gambar berikut ini.



Untuk mengetahui hasil penjumlahan $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ di atas, kita tidak dapat mengetahui hasil penjumlahan tersebut secara langsung, tetapi harus membagi dahulu persegi panjang tersebut menjadi bagian yang sama yaitu bilangan yang bisa dibagi 2 dan 3. Misalnya persegi panjang dibagi menjadi 6 bagian yang sama, sehingga $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

Cara berikut ini juga dapat membantu menjelaskan penjumlahan $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Pertama adalah membagi kedua persegi panjang menjadi bagian yang sama besar, kemudian mengarsir bagian yang menunjukkan bilangan pecahan yang akan dijumlahkan. Dalam hal ini $\frac{1}{2}$ menjadi $\frac{3}{6}$ dan ini $\frac{1}{3}$

menjadi $\frac{2}{6}$. Setelah mendapatkan pecahan berpenyebut sama $\frac{3}{6}$ dan $\frac{2}{6}$, maka dapat dilakukan penjumlahan seperti pada penjumlahan pecahan berpenyebut sama.



Pada gambar di atas dapat dijelaskan bahwa penjumlahan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$ adalah $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$.

Secara umum, untuk menjumlahkan pecahan berpenyebut tidak sama dapat dilakukan dengan menyamakan penyebut-penyebutnya terlebih dahulu kemudian menjumlahkan pembilangnya.

Misalkan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah bilangan pecahan, maka

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

(Musser & Burger, 1991:203)

Contoh 3.8

$$a) \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{(1 \times 5) + (3 \times 2)}{3 \times 5} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\text{Atau } \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$$

$$b) \frac{3}{4} + \frac{2}{6} = \frac{(3 \times 6) + (4 \times 2)}{4 \times 6} = \frac{18+8}{24} = \frac{26}{24} = \frac{13}{12}$$

$$\text{Atau } \frac{3}{4} + \frac{2}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{2 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9+4}{12} = \frac{13}{12}$$

b. Pengurangan Bilangan Pecahan

Seperti halnya yang berlaku pada penjumlahan pecahan, dalam melakukan pengurangan pecahan juga harus memperhatikan dua hal yaitu pecahan berpenyebut sama dan pecahan berpenyebut tidak sama.

1) Pengurangan Pecahan Berpenyebut Sama

Pengurangan pecahan berpenyebut sama dapat dilakukan dengan langsung mengurangi pembilang-pembilangnya saja.

Pada operasi pengurangan bilangan pecahan berpenyebut sama berlaku:

Misalkan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{b}$ adalah bilangan pecahan dengan $a \geq c$, maka

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

(Musser & Burger, 1991:207)

Contoh 3.9

$$\text{a) } \frac{7}{18} - \frac{3}{18} = \frac{7-3}{18} = \frac{4}{18}$$

$$\text{b) } \frac{8}{9} - \frac{6}{9} = \frac{8-6}{9} = \frac{2}{9}$$

2) Pengurangan Pecahan Berpenyebut Tidak Sama

Pengurangan pecahan berpenyebut tidak sama dapat dilakukan dengan menyamakan penyebut-penyebutnya terlebih dahulu, kemudian mengurangkan pembilangnya.

Misalkan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah bilangan pecahan, dimana $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, maka

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

(Musser & Burger, 1991:207)

Contoh 3.10

$$\text{a) } \frac{6}{15} - \frac{3}{20} = \frac{(6 \times 20) - (15 \times 3)}{15 \times 20} = \frac{120 - 45}{300} = \frac{75}{300} = \frac{15}{60}$$

$$\text{Cara lain } \frac{6}{15} - \frac{3}{20} = \frac{6 \times 4}{15 \times 4} - \frac{3 \times 3}{20 \times 3} = \frac{24}{60} - \frac{9}{60} = \frac{24-9}{60} = \frac{15}{60}$$

$$\text{b) } \frac{4}{7} - \frac{3}{8} = \frac{(4 \times 8) - (7 \times 3)}{7 \times 8} = \frac{32 - 21}{56} = \frac{11}{56}$$

$$\text{Cara lain } \frac{4}{7} - \frac{3}{8} = \frac{4 \times 8}{7 \times 8} - \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{32}{56} - \frac{21}{56} = \frac{32-21}{56} = \frac{11}{56}$$

c. Perkalian Bilangan Pecahan

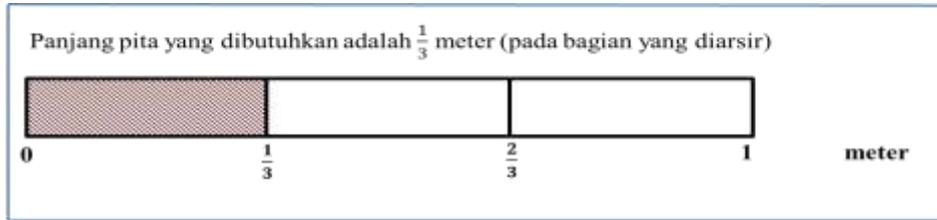
Setelah melakukan operasi hitung penjumlahan pecahan baik secara formal maupun informal, pada bagian ini diberikan contoh atau ilustrasi mengalikan bilangan pecahan dengan menggunakan gambar.

Ilustrasi 3.4

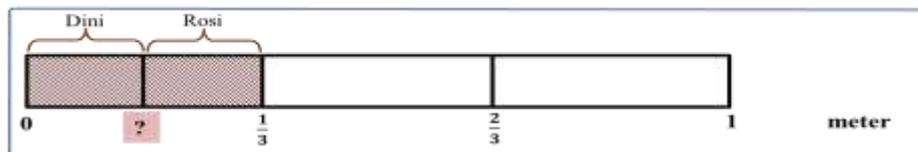
Dini dan Rosi mendapat tugas untuk menghias papan pengumuman yang ada di kelas mereka. Setelah dilakukan pengukuran, ternyata dibutuhkan pita sepanjang $\frac{1}{3}$ meter untuk menghias papan pengumuman tersebut. Sesuai kesepakatan, masing-masing akan membawa $\frac{1}{2}$ dari panjang pita yang dibutuhkan tersebut. Berapa panjang pita yang dibawa Dini dan Rosi masing-masing? Jelaskan proses perhitungan tersebut dengan menggunakan gambar!

- Berdasarkan ilustrasi di atas, panjang pita yang dibutuhkan Dini dan Rosi adalah $\frac{1}{3}$ meter.

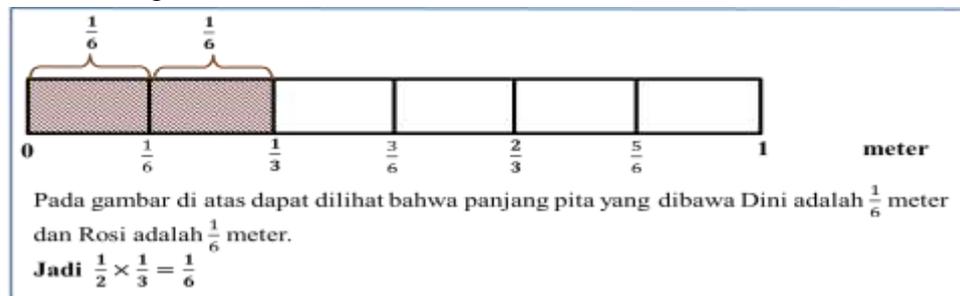
Adapun gambar yang menjelaskan kondisi tersebut sebagai berikut:



- Dini dan Rosi masing-masing akan membawa $\frac{1}{2}$ dari panjang pita yang dibutuhkan. Dengan demikian masing-masing akan membawa pita sepanjang $\frac{1}{2}$ dari $\frac{1}{3}$ meter atau $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$. Proses perkalian tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:



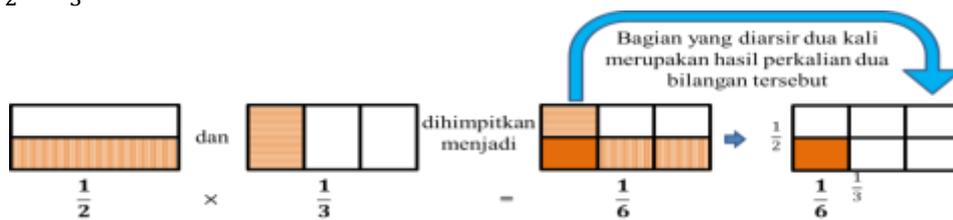
- Untuk mengetahui nilai $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ di atas, maka bagian yang tidak diarsir juga dibagi 2 atau dikali $\frac{1}{2}$, sehingga diperoleh 6 bagian yang sama besar. Dengan demikian, 1 bagian memiliki nilai $\frac{1}{6}$ atau dapat ditulis $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Perhatikan gambar berikut ini!



Selanjutnya contoh berikut dapat membantu Anda memahami bagaimana menanamkan konsep perkalian pecahan biasa dengan menggunakan gambar.

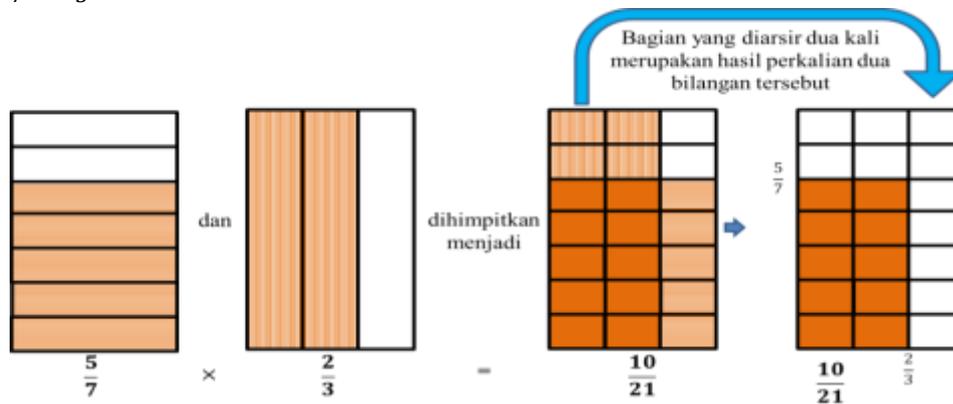
Contoh 3.11

1) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \dots$



Jadi $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$$2) \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \dots$$



$$\text{Jadi } \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{21}$$

Setelah melakukan proses perkalian di atas, dapat dijelaskan bahwa secara umum operasi perkalian bilangan pecahan berlaku: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Misalkan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah bilangan pecahan, maka

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

(Musser & Burger, 1991:209)

Contoh 3.12

- 1) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{5 \times 5} = \frac{3}{25}$
- 2) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{20}$
- 3) $8 \times \frac{1}{10} = \frac{8}{1} \times \frac{1}{10} = \frac{8 \times 1}{1 \times 10} = \frac{8}{10}$

d. Pembagian Bilangan Pecahan

Pada operasi pembagian pecahan, sebarang bilangan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ dengan

$$b \neq 0 \text{ dan } d \neq 0 \text{ berlaku } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c} = \frac{a \times d}{b \times c} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Contoh 3.13

- 1) $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- 2) $2 \div \frac{1}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{1} = \frac{2 \times 4}{1 \times 1} = \frac{8}{1} = 8$



Ayo Diskusi

- 1) Berdiskusilah dengan anggota kelompok untuk meyelesaikan tugas berikut!
- 2) Tuliskan prosedur bagaimana cara anda menjelaskan operasi hitung bilangan pecahan berikut dengan menggunakan gambar luas suatu daerah, ruas garis atau cara lainnya!

- a) Pengurangan bilangan pecahan berpenyebut sama $\frac{5}{8} - \frac{2}{8}$

- b) Pengurangan bilangan pecahan berpenyebut tidak sama $\frac{4}{6} - \frac{3}{5}$

- c) Pembagian bilangan pecahan $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$

C. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan Bilangan Pecahan

Bilangan pecahan merupakan salah satu materi yang banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan sehari-hari, misalnya dalam perdagangan, jual beli, pertanian, membuat makanan, dan lain-lain. Penggunaan konsep bilangan pecahan dalam menyelesaikan permasalahan sehari-hari membutuhkan keterampilan pemecahan masalah yang baik. Kemampuan pemecahan masalah merupakan salah satu kemampuan tingkat tinggi karena melibatkan serangkaian proses memahami, menganalisis, penalaran, dan mengevaluasi. Melalui kemampuan pemecahan masalah matematika dapat membantu seseorang dalam menyelesaikan permasalahan sehari-hari. Oleh karena itu, kemampuan pemecahan masalah harus dimiliki oleh setiap orang termasuk mahasiswa.

Dalam bahan ajar matematika ini difokuskan untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematika. Kemampuan pemecahan masalah matematika yang dimaksud adalah kemampuan memahami masalah, membuat rencana, melakukan penyelesaian, dan memeriksa kembali. Untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah, berikut ini diberikan beberapa contoh pemecahan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan bilangan pecahan.

Masalah 3.4

Pak Slamet adalah seorang pedagang buah. Kemarin pak Slamet belanja buah-buahan untuk dijual kembali. Sesampainya di toko ternyata sebagian buah tersebut busuk yaitu $1\frac{1}{5}$ kg mangga, $\frac{1}{2}$ kg kelengkeng, $2\frac{1}{4}$ kg jeruk, dan $1\frac{1}{4}$ kg salak. Jika harga kulakannya adalah mangga Rp9.000,00 per kg, kelengkeng Rp26.500,00 per kg, jeruk Rp9.500,00 per kg, dan salak Rp5.000,00 per kg. Berapa kerugian yang dialami pak Slamet?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Buah yang busuk adalah $1\frac{1}{5}$ kg mangga, $\frac{1}{2}$ kg kelengkeng, $2\frac{1}{4}$ kg jeruk, dan $1\frac{1}{4}$ kg salak.
- Harga mangga Rp9.000,00 per kg, kelengkeng Rp26.500,00 per kg, jeruk Rp9.500,00 per kg, dan salak Rp5.000,00 per kg.

Ditanya: Kerugian yang dialami pak Slamet

Langkah 2. Membuat rencana

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah operasi hitung.

Alasannya: Dengan informasi yang telah diketahui di atas, kita dapat langsung menghitung banyaknya buah yang busuk dengan harga kulakannya masing-masing.

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

- Menghitung banyaknya kerugian untuk tiap buah, dengan cara mengalikan banyaknya buah yang busuk dengan harga kulakan.
- Menghitung kerugian seluruhnya dengan cara menjumlahkan kerugian dari setiap buah.

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

Menghitung kerugian setiap jenis buah-buahan yang dialami oleh pak Slamet yaitu:

- Buah mangga yang busuk sebanyak $1\frac{1}{5}$ kg, sedangkan harga kulakannya adalah Rp9.000,00 per kg, sehingga kerugiannya adalah
 $1\frac{1}{5} \times Rp9.000,00 = \frac{6}{5} \times Rp9.000,00 = \frac{54000}{5} = Rp10.800,00$
- Buah kelengkeng yang busuk sebanyak $\frac{1}{2}$ kg, sedangkan harga kulakannya adalah Rp. 26500 per kg, sehingga kerugiannya adalah
 $\frac{1}{2} \times Rp26.500,00 = \frac{26500}{2} = Rp13.250,00$
- Buah jeruk yang busuk sebanyak $2\frac{1}{4}$ kg, sedangkan harga kulakannya adalah Rp9.500,00 per kg, sehingga kerugiannya adalah
 $2\frac{1}{4} \times Rp9.500,00 = \frac{9}{4} \times Rp9.500,00 = \frac{85.500}{4} = Rp21.375,00$
- Buah salak yang busuk sebanyak $1\frac{1}{4}$ kg, sedangkan harga kulakannya adalah Rp5.000 per kg, sehingga kerugiannya adalah
 $1\frac{1}{4} \times Rp5.000,00 = \frac{5}{4} \times Rp5.000,00 = \frac{25000}{4} = Rp6.250,00$

Jadi kerugian yang dialami pak Slamet adalah
 $Rp10.800,00 + Rp13.250,00 + Rp 21.375,00 + Rp 6.250,00 = Rp 51.675,00$

- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Kerugian yang dialami pak Slamet sebesar Rp 51.675,00

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Kerugian yang dialami pak Slamet adalah banyaknya buah-buahan yang busuk yaitu: $(1\frac{1}{5} \times 9000) + (\frac{1}{2} \times 26500) + (2\frac{1}{4} \times 9500) + (1\frac{1}{4} \times 5000)$
 $= 10.800 + 13.250 + 21.375 + 6.250 = Rp51.675,00$
 (sesuai dengan jawaban di atas).

Masalah 3.5

Agus dan Jono diberi tugas untuk mengecat tiga ruang kelas yang besarnya sama. Sesuai kesepekatan bersama, Agus mengecat ruang A dan Jono mengecat ruang B. Setelah menyelesaikan pekerjaannya masing-masing, kemudian Agus dan Jono mengecat ruang C secara bersama-sama.



Dalam sehari Agus dapat mengecat sepertiga bagian dari ruang A. Sedangkan Jono dapat mengecat ruang B sampai selesai dalam waktu enam hari. Dengan memperhatikan kecepatan kerja keduanya, berapa hari yang dibutuhkan Agus dan Jono untuk mengecat ruang C?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Dalam sehari Agus dapat mengecat ruang A sebanyak $\frac{1}{3}$ bagian. Artinya Agus dapat mengecat satu ruang kelas dalam 3 hari.
- Dalam sehari, Jono dapat mengecat ruang B sebanyak $\frac{1}{6}$ bagian, karena Jono dapat mengecat satu ruang kelas dalam 6 hari.

Ditanya: Jumlah hari yang diperlukan Agus dan Jono untuk mengecat ruang kelas C.

Langkah 2. Membuat rencana

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah membuat gambar.

Alasannya: Dengan membuat gambar, kita dapat mengilustrasikan jawaban secara lebih jelas

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

- Membuat gambar persegi panjang untuk mewakili pekerjaan mengecat ruang C



- Dalam sehari Agus dapat mengecat ruangan sebanyak $\frac{1}{3}$ bagian dan Jono sebanyak $\frac{1}{6}$ bagian. Diketahui $\frac{1}{6}$ lebih kecil dari $\frac{1}{3}$, sehingga gambar persegi panjang di atas dibagi menjadi 6 bagian.

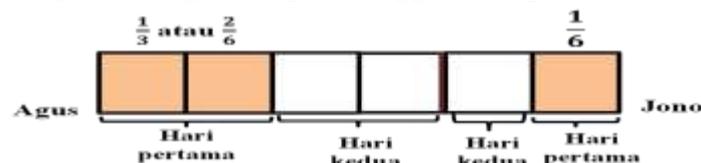


- Dengan menggunakan gambar tersebut, kita dapat mencari waktu yang dibutuhkan Agus dan Jono untuk mengecat ruang C

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulishlah proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- Mencari jumlah hari yang dibutuhkan Agus dan Jono untuk mengecat ruang C dengan menggunakan gambar berikut ini.



- Melalui ilustrasi di atas dapat dilihat bahwa Agus dan Jono secara bersama-sama mampu menyelesaikan atau mengecat ruang kelas C dalam waktu dua hari

- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Agus dan Jono secara bersama-sama mampu menyelesaikan atau mengecat ruang kelas C dalam waktu dua hari

Langkah 4. Melihat kembali

- b. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Agus dan Jono dapat menyelesaikan pekerjaan secara bersama-sama yaitu:

Hari pertama: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ bagian

Hari kedua: $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{3}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ (semua bagian).

Jadi mereka dapat mengecat seluruh bagian ruang kelas C dalam waktu dua hari (sesuai dengan jawaban).

Masalah 3.6

Mita merupakan mahasiswa baru di salah satu Perguruan Tinggi di kota Metro. Sebelum perkuliahan dimulai, dia membeli beberapa keperluan kuliah. Pada awalnya Mita menggunakan $\frac{1}{3}$ uangnya untuk membeli buku catatan. Kemudian ia membeli seperangkat alat tulis dan membayarkan $\frac{1}{2}$ dari uang sisanya. Sekarang sisa uang Mita adalah Rp37.000,00. Berapa uang yang dibawa Mita ketika berangkat belanja? Jelaskan!

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca secara berulang untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

- Mita menggunakan $\frac{1}{3}$ uangnya untuk membeli buku catatan.
- Membeli seperangkat alat tulis dan membayarkan $\frac{1}{2}$ dari uang sisanya.
- Sisa uang Mita adalah Rp37.000,00

Ditanya: uang yang dibawa Mita ketika berangkat belanja

Langkah 2. Membuat rencana

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

Strategi tepat digunakan adalah bekerja mundur dan membuat gambar.

Alasannya:

- Dari informasi yang telah diketahui di atas menunjukkan bahwa sisa uang Mita sebesar Rp37.000,00 merupakan informasi yang paling jelas karena telah memiliki nilai uangnya.
- Sisa uang Mita sebesar Rp37.000,00 tersebut dijadikan titik awal untuk mencari jumlah uang yang digunakan untuk alat tulis dan buku catatan.

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Tahapan penyelesaiannya sebagai berikut:

- 1) Membuat sebuah persegi. Persegi pertama ini menunjukkan uang sebesar Rp37.000,00 (sisa uang Mita) 
- 2) Membuat kembali sebuah persegi yang ukurannya sama dengan persegi pertama. Persegi kedua ini mewakili jumlah uang yang dibayarkan untuk membeli alat tulis. Dengan demikian, ada 2 persegi yaitu sisa uang terakhir dan uang untuk alat tulis. Kedua persegi tersebut memiliki nilai $\frac{1}{2}$ dari sisa uang yang pertama) 
- 3) Membuat kembali sebuah persegi yang ukurannya sama dengan persegi pertama. Persegi ketiga ini mewakili jumlah uang yang dibayarkan untuk membeli buku tulis. Dengan demikian ada 3 persegi  Persegi yang ketiga ini menunjukkan $\frac{1}{3}$ dari uang Mita.
- 4) Karena satu persegi bernilai Rp37.000,00 maka dapat dihitung nilai ketiga persegi tersebut. Hasil perhitungan tersebut menunjukkan jumlah uang yang dibawa Mita.

Langkah 3. Melakukan penyelesaian

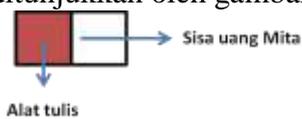
- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaian sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

Penyelesaian dilakukan melalui tahapan berikut ini.

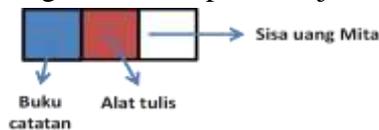
- 1) Sisa uang Mita adalah Rp37.000,00 ditunjukkan oleh gambar persegi.



- 2) Membayarkan $\frac{1}{2}$ dari uang sisanya untuk seperangkat alat tulis. Artinya banyaknya uang yang digunakan untuk membeli alat tulis sama dengan sisa uang terakhir yang Mita miliki, dan ditunjukkan oleh gambar berikut.



- 3) Menggunakan $\frac{1}{3}$ uangnya untuk membeli buku catatan. Besarnya uang tersebut dapat ditunjukkan oleh gambar berikut.



Pada gambar di atas dapat dilihat ada tiga persegi yang sama besar, sehingga dapat dicari berapa uang yang dibawa Mita ketika berbelanja yaitu:



$$\text{Uang yang dibawa Mita} = \text{Rp}37.000,00 \times 3 = \text{Rp}111.000,00$$

- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Uang yang dibawa Mita ketika berangkat belanja sebesar Rp111.000,00

Langkah 4. Melihat kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Untuk memeriksa kebenaran dari jawaban di atas dapat dilakukan perhitungan berikut ini:

- $\frac{1}{3}$ dari Rp111.000,00 adalah Rp37.000,00
Sisa = Rp111.000,00 – Rp37.000,00 = Rp74.000,00
- $\frac{1}{2}$ dari sisa uang Mita Rp74.000,00
Sisa = Rp74.000,00 – Rp37.000,00 = Rp37.000,00
- Jadi benar bahwa uang yang dibawa Mita adalah Rp111.000,00



Ayo Diskusi

Langkah-langkah Kegiatan

- a. Selesaikanlah masalah berikut ini secara mandiri!
b. Gunakan langkah-langkah pemecahan masalah (Polya) dalam menyelesaikan masalah di bawah ini!
c. Jawablah setiap pertanyaan sesuai dengan petunjuk yang diberikan!

Masalah 3.7

Mahasiswa prodi PGMI semester III kelas A terdiri dari 70% mahasiswi dan jumlah mahasiswa 16 orang lebih sedikit dari jumlah mahasiswi. Berapakah jumlah seluruh mahasiswa di kelas tersebut?



Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.

- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tuliskan informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tuliskan apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!

- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tuliskan proses penyelesaiannya sampai mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!

- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!

Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

Masalah 3.8

Zaki, Agus, dan Fahri pergi bersama-sama untuk membeli keperluan kuliah. Setelah membeli semua barang yang dibutuhkan, mereka menghitung sisa uangnya masing-masing. Setelah dihitung ternyata jumlah uang Zaki $\frac{1}{4}$ dari uang Agus. Uang Fahri lebih besar Rp.9000 dari uang Agus. Jumlah uang mereka adalah Rp.90.000. Berapakah uang mereka masing-masing?

Alternatif penyelesaian

Langkah 1. Memahami masalah

- a. Bacalah soal/masalah dengan teliti! Jika perlu baca kembali untuk memahami isi dari masalah yang diberikan.
- b. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa Anda telah memahami masalah, tulislah informasi apa saja yang ada (diketahui) pada masalah tersebut! Dan tulislah apa yang ditanya (yang ingin diselesaikan)!

Informasi yang diketahui:

Ditanya:

Langkah 2. Membuat rencana/strategi

- a. Setelah memahami masalah di atas, tentukan strategi, metode, atau rumus apa yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan alasannya!



- b. Gunakan strategi yang telah Anda tentukan di atas untuk mendeskripsikan tahapan penyelesaian! Kemudian ubahlah masalah ke dalam bentuk/model matematika, misalnya berbentuk simbol, gambar, diagram, dan lainnya untuk memudahkan penyelesaian!

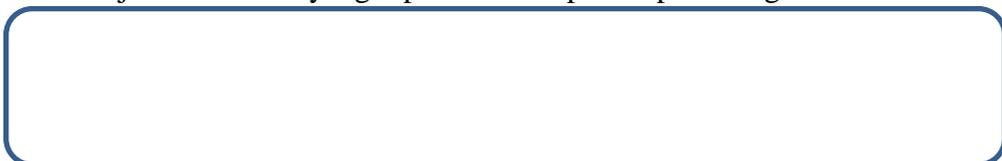


Langkah 3. Melakukan perhitungan atau penyelesaian

- a. Gunakan strategi, gambar, diagram, tabel, rumus yang telah Anda buat di atas untuk melakukan perhitungan sesuai dengan konsep atau prosedur algoritma yang berlaku dan tulislah proses penyelesaiannya sehingga mendapatkan jawaban yang tepat dan benar!



- b. Tulislah jawaban akhir yang diperoleh dari proses perhitungan di atas!



Langkah 4. Melihat (memeriksa) kembali

- a. Jelaskan bahwa hasil atau jawaban yang telah Anda peroleh adalah benar! Penjelasan dapat dilakukan melalui narasi atau strategi lain yang menunjukkan bahwa jawaban yang telah diperoleh adalah benar.

D. Rangkuman

1. Pecahan adalah bagian dari keseluruhan
2. Bilangan pecahan adalah bilangan yang dapat ditulis $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan cacah, serta $b \neq 0$.
3. Bilangan pecahan $\frac{a}{b}$, a dinamakan pembilang dan b dinamakan penyebut. Dengan memperhatikan pembilang dan penyebutnya, suatu bilangan pecahan dapat digolongkan menjadi a) pecahan murni jika nilai pembilang lebih kecil dari penyebutnya dan b) pecahan tidak murni jika nilai pembilang lebih banyak dari nilai penyebutnya.
4. Jenis-jenis bilangan pecahan adalah pecahan biasa, pecahan campuran, pecahan desimal, persen, permil.
5. Pecahan senilai adalah pecahan-pecahan yang sama nilainya.

E. Tes Formatif 3

1. Safira dan Kayla menabung di celengan yang sama. Uang Safira $\frac{3}{8}$ uang Kayla. Jika total uang mereka Rp825.000,00. Berapakah selisih uang yang dimiliki Safira dan Kayla?
2. Denis akan menghadapi ujian nasional. Dia banyak berlatih mengerjakan soal-soal matematika. Pada saat mengerjakan soal olympiade matematika, Denis kesulitan mengerjakan sebuah soal. Soal tersebut adalah

Hitunglah nilai dari:

$$\left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100} \right) \times 100$$

Dapatkan kamu membantu Denis bagaimana menyelesaikan soal tersebut!

3. Ibu berbelanja ke pasar. $\frac{1}{6}$ uangnya digunakan untuk membeli sayuran. $\frac{4}{5}$ dari sisa uangnya digunakan untuk membeli daging. Sisa uang ibu sekarang adalah Rp25.000,00. Berapakah uang ibu semula?
4. Perbandingan jumlah jilbab Syifa dan Amira adalah 1 : 3. Perbandingan jumlah jilbab Amira dan Kayla adalah 1 : 2. Jika jumlah jilbab mereka seluruhnya adalah 80, berapakah total jumlah jilbab Syifa dan Kayla?
5. Usia Iqbal sekarang ditambah 20 sama dengan 5 kali usia Iqbal sekarang. Berapa usia Iqbal 10 tahun yang akan datang?
6. Aisyah membeli 3 pulpen dan 8 buku tulis seharga Rp45.000,00. Harga pulpen lebih mahal Rp1.500,00 dari harga sebuah buku tulis. Keesokan harinya Aisyah membeli lagi pulpen dan buku tulis yang sama dengan pulpen dan buku tulis yang ia dibeli sebelumnya. Berapa uang yang harus dibayar Aisyah jika ia membeli 7 pulpen dan 5 buku tulis?
7. Mita lebih tua 5 tahun dari Nina. Saat ini jumlah umur mereka adalah 31 tahun. Berapa usia mereka masing-masing 7 tahun yang akan datang?
8. Sinta membeli jilbab dan kemeja di sebuah toko. Harga total jilbab dan kemeja adalah Rp126.000,00. Jika harga kemeja lebih mahal 80% dari harga jilbab, berapakah harga kemeja yang dibeli Sinta?
9. Ibu membeli gula pasir sebesar 210 kg dengan harga Rp1995.000,00. Gula tersebut akan dibungkus dalam beberapa kantong plastik. Setiap kantong plastik berisi $1\frac{3}{4}$ kg gula. Jika setiap kantong gula dijual Rp20.000,00, berapa keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan seluruh gula tersebut?
10. Ibu membuat kue bolu dan membagikannya kepada seluruh anggota keluarga. Ayah mengambil $\frac{1}{5}$ bagian, kemudian Aris mengambil $\frac{1}{4}$ bagian dari sisanya. Selanjutnya Ayu mengambil $\frac{1}{3}$ bagian dari sisanya dan Bayu mengambil $\frac{1}{2}$ bagian dari sisanya dari Ayu. Sisa terakhir diambil ibu. Siapakah yang mendapat bagian terbesar?

DAFTAR PUSTAKA

- Adjie, Nahrowi. (2006). *Pemecahan Masalah Matematika*. Bandung: UPI Press.
- Bell, F. H. (1981). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School)*. Wm: Brown Publisher.
- Bennet, Al. B., & Nelson, L. T. (2004). *Mathematics for Elementary Teachers* (Sixth Edit). New York: McGraw-Hill Higher Education.
- Brezina, Corona. (2006). *Al-Khwarizmi the inventor of Algebra*. New York: The Rosen Publishing Group.
- Hamdani, A. Syiful, dkk (2009). *Matematika 2*. Surabaya: Amanah Pustaka.
- Ibrahim, Lathifah. (2005). *Ketika Barat memfitnah Islam*. Jakarta: Gema Insani Press.
- Karso. (2011). *Pendidikan Matematika I*. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
- Kennedy, L. M., Tipps, S., & Johnson, A. (2008). *Guiding Children's Learning of Mathematics* (Eleventh E). The United State of America: Thomson Higher Education.
- Musser, G. L., & Burger, W. F. (1991). *Mathematics for Elementary Teachers* (Second Edi). New York: Macmillan Publishing Company.
- Polya, G. (1973). *How to Solve It*. Princeton University Press (Second, Vol. 30). The United State of America: Princeton University Press. <https://doi.org/10.2307/3609122>
- Rahardjo, Marsudi, dkk. (2010). *Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat di SD*. Jakarta: Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika. Kementerian Pendidikan Nasional.
- Siang, J. J. (2002). *Bilangan prima: Perkembangan dan aplikasinya*. Integral, 7, 1, 1-13
- Tim Supermath. (2007). *18 Strategi Pemecahan Masalah Matematika SD*. Jakarta: Literatur Media Sukses
- Tim Supermath. (2007). *18 Strategi Pemecahan Masalah Matematika SD*. Jakarta: Literatur Media Sukses
- Tussy, Al. S., Gustafson, R. D., & Koenig, D. R. (2011). *Basic Mathematics for College Students* (Fourth Edi). United States: Charlie Van Wagner.

KUNCI JAWABAN

Tes Formatif 1

1. $y = 2$
2. Panjang sisi sawah pak Budi adalah 36 m
3. Bilangan yang lebih besar adalah -9
4. 4°C
5. Selisih Alfin dengan Irsyad adalah $16\text{ cm} + 4\text{ cm} = 20\text{ cm}$
6. Joko naik pertama kali dari lantai 10
7. Usia Dani sekarang adalah 3 tahun
8. 9 kelengkeng
9. Siswa yang suka keduanya ada 6 siswa
10. Uang yang harus dibayarkan Raihan untuk membeli 2 kemeja dan 3 kaos sebesar $\text{Rp}370.000,00$

Tes Formatif 2

1. Kedua tim akan istirahat bersama pada km ke-12
2. 28 tahun
3. Mereka akan bertugas bersama untuk kedua kalinya pada tanggal 29 April 2018
4. Setiap rangkaian lampu hias terdapat 18 buah lampu merah, 12 buah lampu kuning, dan 11 buah lampu hijau
5. Hari senin
6. Jadi Arif dan Beni akan bertugas bersama untuk kedua kalinya pada tanggal 4 Oktober 2018
7. Jumlah paling banyak kotak kado terbanyak yang dapat dihias adalah 18 buah. Setiap kotak kado membutuhkan 4 meter pita yang berwarna merah, 3 meter pita yang berwarna hijau, dan 2 meter pita yang berwarna kuning
8. $x = 65$
9. $a = 2259$
10. Setiap paket keripik terdiri dari 4 bungkus rasa coklat, 5 bungkus rasa durian, 2 bungkus rasa moca, dan 3 bungkus rasa melon

Tes Formatif 3

1. Selisih uang Safira Kayla adalah $\text{Rp}375.000,00$
2. 99
3. $\text{Rp}. 150.000$
4. jumlah jilbab Syifa dan Kayla adalah $8 + 48 = 56$ jilbab
5. 15 tahun
6. uang yang harus dibayar Aisyah adalah $\text{Rp}43.500,00$
7. usia Mita adalah 25 tahun dan Nina 20 tahun
8. harga kemeja yang dibeli Sinta adalah $\text{Rp}81.000,00$
9. $\text{Rp}405.000,00$
10. semua mendapat bagian yang sama atau tidak ada yang mendapat bagian paling besar